

## PAPER

# Characteristics of Science Educational Illustrations and the Constructs of Educational Computer Graphics

Ikuro KITAGAKI†, *Member*

**SUMMARY** In view of educational technology, we will make here a report on an education-material graphics which supports the development of sheet-type education materials such as transparency materials, instructional materials and the like. In science education there are many cases where diagrams used resemble if the disciplinary fields are analogous with each other. Especially, with respect to demonstration experiments, there are not a few cases where a certain limited number of diagrammatic units are combined variously and after modifications a diagram can be completed approximately. Based on these diagrammatic characteristics, we determine the graphic functions and definite the figure-data construction so as to increase the productivity of material development. In this study, we also derive diagrammatic characteristics in science instructional materials mainly from chemical experiment models and determine the design criteria of education-material graphics.

## 1. Introduction

In education diagram production is examined in the development of test materials and courseware of CAI (computer Assisted Instruction). As in CAI a great number of diagrams for display are filed beforehand, problems of, so to speak, diagram operation language and diagrammatic data construction are raised so as to make easy diagram production. However, in education-material data base as CMI (computer Managed Instruction) diagrams used are in many cases made manually, and the necessity of computer graphics concerning paper tests and sheet-type education-materials seems to be scarcely recognized comparatively. In recent years, with the wide use of word-processors, schools has increasing interest in the effective use of them for the development of education-materials and the preparation of meeting data, and therefore technics of the use to make the work efficient and to produce education materials and data as easily as possible ought to be examined as a know-how to promote this tendency.

This study is aimed mainly at the development of sheet-type education-materials such as transparency materials and instructional materials used in science

education, and an education-material graphics to depict diagrams by using a computer is discussed in it. There, a system-design is made, considering that there are many combinations of fundamental diagrams characteristically in instructional materials in general. Actually, in making a diagram concerning a demonstration experiment on the screen of a computer, there are not a few cases where the diagram is completed approximately after some of the given experiment apparatus have been selected and combined diagrammatically on the screen and adjustment of positions, addition of insufficient parts and other modifications have been made.

These problems of diagram processing can be said to be an important subject common to material development in science material<sup>(1)-(3)</sup>, and the process to combine existing diagrammatic elements on the screen can be said to be a principal concept common to CAD, although design criteria and processing systems themselves may differ in accordance with the purposes of individual uses. Related to the concept, what kind of operation commands are necessary is one of the big problems.

Heines J. M.<sup>(4)</sup> suggests the necessity of callable graphics code corresponding to a diagrammatic element. CATAM system<sup>(5)</sup> which deals with vector analysis, has stratified level of program unit aiming at the easiness of operation. On the other hand, Hutton D. V.<sup>(6)</sup> reports a simulation of computerized numerically controlled lathe, where the system defines proper command words in terms of significant logical diagrammatic element.

As exemplified above, significant logical diagrammatic element is a principal concept of computer graphics. And the graphics design presented here also follows the concept, but the main different point is as the following.

The system constructs a desired diagram by combining diagrammatic elements registered on a file. In this case, we consider each element as a diagrammatized apparatus which has a certain role rather than as a set of lines, circles and others. In the detail, each diagrammatic element is given certain attributes and the values of these attributes are determined in accordance with the role. Consequently, there are some special cases

Manuscript received May 22, 1986.

Manuscript revised September 4, 1986.

†Employment Promotion Corporation, Sagamihara-shi, 229 Japan.

that two apparatus of the same configuration but of the different roles are filed separately as detailed in Sect. 3. As a whole, letting diagrammatic element have each 'role' improves the operability.

On the other hand, if a processing system is defined for material development, the apparatus will vary in accordance with the difference of disciplinary fields and fundamental diagrammatic elements should be filed by disciplinary fields. Therefore, it is necessary to select these diagrammatic elements precisely to some extent for preventing time-consuming preparation work of material development, that may be an indispensable element to improve productivity of the system as a whole. In these ways, a diagram processing system in view of the both aspect of operability and productivity can be said to depend directly upon the kinds of diagrams, the nature of individual diagrams, interrelation between them in the relevant disciplinary field.

Based on the above described discussions, there will be made in this paper a preliminary study on diagrams mainly of chemical experiment models in the science course which have a lot of combinations of fundamental diagrams and a design of an education-material graphics in science education will be made based on the preliminary study. And the problems of the system are discussed from the execution by the users.

## 2. Diagrammatic Characteristics of Depicted Diagrams and Design Criteria of Education-material Graphics

### 2.1 Decomposition of Diagram

This study does not intend to make diagram production as a whole dependent on a computer. Instead, we employ in it a method in which the part requiring preciseness of description to some extent (hereinafter called a "basic diagram") is made on the screen and outputted through the  $XY$  plotter, and the remaining part is depicted manually afterwards. Especially, letters, marks, symbols and the like seem easy to be depicted manually and therefore they are omitted from the basic diagram.

Now, let us depict the chemical experiment model shown in Fig. 1(a). Then, the basic diagram of it will be the diagram in which the rubber pipe, gas pipe and flame have been omitted from Fig. 1(a), namely, the diagram shown in Fig. 1(b) which will be the object of this education-material graphics.

Next, the basic diagram will be decomposed into Block  $B$ , Unit  $U$ , Principal Unit  $V$  and others as shown in Table 1. The base of the decomposition is as follows.

First, Principal Unit  $V$  can be considered to be each of apparatus very often used in experiments. In other words, as a diagram in a chemical experiment very often consists of a combination of modelled apparatus (or simple diagrams), we consider  $V$  as a logical dia-

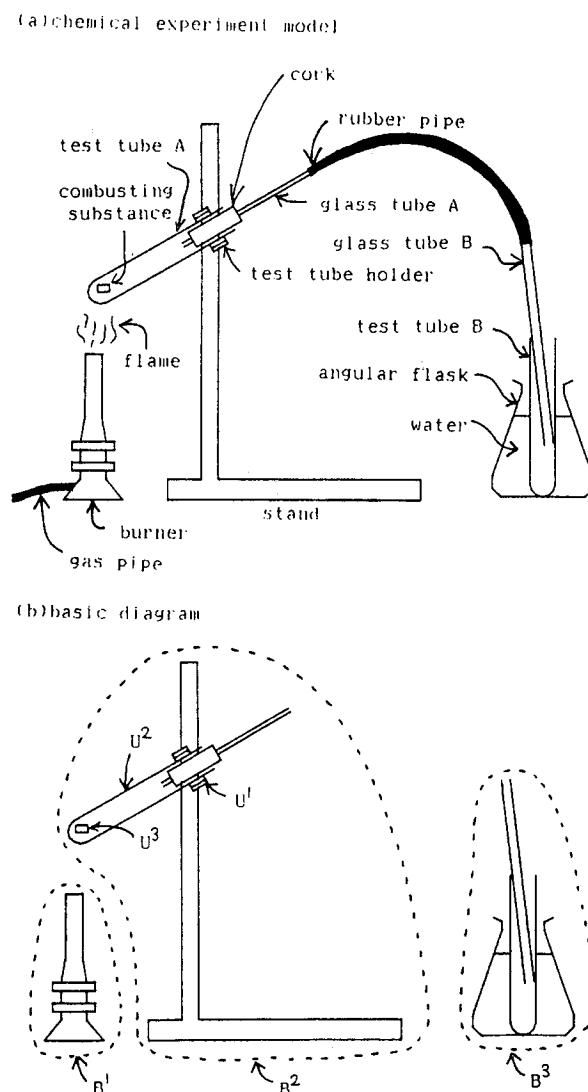


Fig. 1 An example of decomposition.

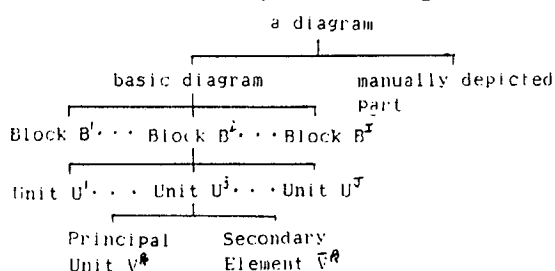
grammatic unit. On the other hand, Secondary Element  $\bar{V}$  means diagrammatic parts incidental to each apparatus (or apparatus not often used), and in the example of Fig. 1 horizontal lines indicating the water in the triangular flask correspond to  $\bar{V}$ . In other words,  $\bar{V}$  denotes the diagrammatic parts depiction of which may vary in accordance with the position of the apparatus or the details of instruction, and therefore it can be considered to be diagrammatic parts lacking in generality.

Next, Unit  $U$  consists of not more than one Principal Unit AND/OR Secondary Element, and is also a logical diagrammatic unit.

Block  $B$  consists of one unit or plural units having "strong relation" with each other, and is also a logical diagrammatic unit. Here, the "strong relation" between 2 units means concretely superordination or coordination between them as shown in the following.

Now, let us denote the 2 units as  $U^j$  and  $U^l$  ( $j \neq l$ ), and when  $U^j$  is operated,  $U^l$  also needs to be subjected

Table 1 Decomposition of a diagram.



$$B = (B^1, \dots, B^2, \dots, B^T)$$

$$U = (U^1, \dots, U^2, \dots, U^T)$$

$$V = (V^1, \dots, V^2, \dots, V^T)$$

$$\bar{V} = (\bar{V}^1, \dots, \bar{V}^2, \dots, \bar{V}^T)$$

to the same operation,  $U^j$  is defined to be superordinate to  $U^i$ . We denote this relation as  $U^i \subset U^j$ . Next, when the relations  $U^i \subset U^j$  and also  $U^j \subset U^i$  hold good, it is defined that  $U^i$  and  $U^j$  are coordinate and the relation is denoted as  $U^i \sim U^j$ . For example, let us see the 2 units, the stand and test-tube holder in the basic diagram of Fig. 1 (b). There, if the stand is removed to the left or the right, the test-tube holder also needs to be removed in the same way and the same dimensions. That is, the stand can be said to be superordinate to the test-tube holder.

On the other hand, the example in Fig. 2 is a diagram used in the course of physics. There although each of 2 trucks can constitute a unit respectively, they can be said to be coordinate with each other in view of the relation shown in the figure. Thus, simply speaking, it can also be said that the units being in contact with each other are included in the same block. The broken lines in Fig. 1 (b) show blocks made by this approach.

As above, the method of decomposing a diagram has been shown in an example of chemical experiments. Also in the case of physical experiments and geometric diagrams in mathematics, basic diagrams can often be decomposed in the way as shown in Table 1 to have common units.

Characteristics of diagrams in science instructional materials have been described in the above by putting emphasis on relations between units. Here can be mentioned one more characteristic, that is the geometric similarity between principal units. In the depiction of experimental models, sizes of units are in many cases made proportional to dimensional relations between the actual apparatus. There is such a case, for example, of glass tubes which have the same diameter and are different only in the length. Although they are different apparatus, they can be correspondent with each other diagrammatically by changing the length in the single direction. The relation between a square and rectangle in mathematics is similar to this example.

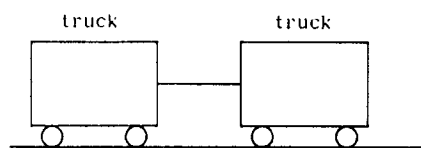


Fig. 2 A diagram used in the course of physics.

## 2.2 Design Criteria

Based on the derived above characteristics of diagrams used in science instructional materials, we will define the design criteria of this education-material graphics as follows.

- In accordance with the diagrammatic units such as Block, Unit, etc. and levels of them, diagram operation commands will be classified into Block command, Unit command and, as the lowest level, Principal Unit command and Element command. Especially, at the level of Unit, relations of superordination and coordination will be given to plural Units to make stratification of them possible.
- Principal Unit will be given the attributes of the unit center and unit axis. These attributes are to make clear the role of the Principal Unit as an apparatus and are used as parameters to call it on the screen and depict it.
- Contours used very often relatively will be filed as Principal Units. In this case, if there are plural Principal Units which can correspond with each other diagrammatically by changing the length in the single direction, either of them will be filed as a representative, and in the Principal Unit commands will be included length-change command in addition to parallel-transfer, turning and other standard commands.

## 3. Construction of Education-Material Graphics

### 3.1 System Construction

The system concept consists of (I) through (IV) shown in Fig. 3.

(I) Principal Unit register routine. Principal Units to be registered are examined and their contours together with their Unit centers and Unit axes are stored in the Principal Unit file.

At this time, Principal Units which are of the same configuration may be given different attributes and registered separately. For example, (a) and (b) in Fig. 4 which are test tubes of the same contour will be registered in the file and either of them will be selected in accordance with the role or operatinality. As described below, (a) is the test tube to be held by a test tube holder, while (b) is that to be inserted into another apparatus. Or, in such a case as shown in Fig. (c) where electrodes are to be covered by test tubes as shown with broken lines,

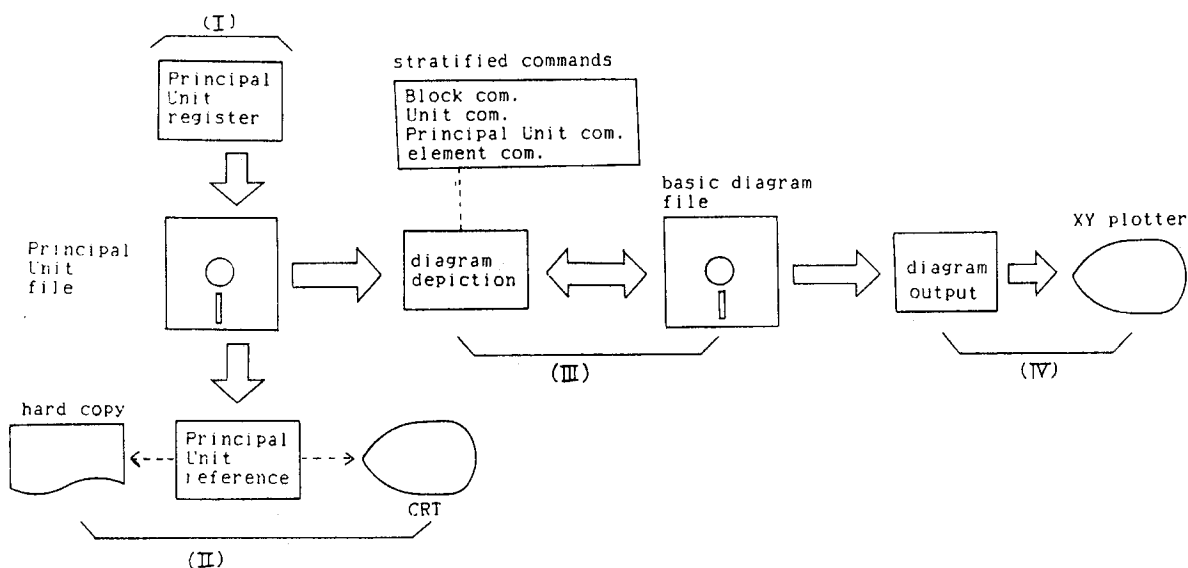


Fig. 3 System construction.

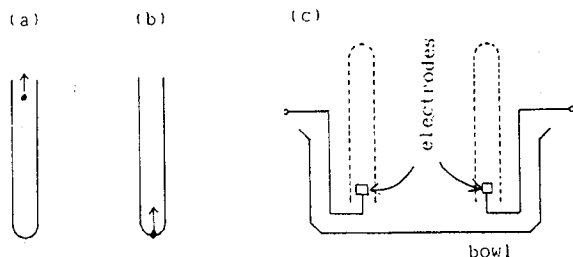


Fig. 4 The attributes of test tubes and the usages.

the test tube of Fig. (a) can be used easier for fixing the position.

- (II) Principal Unit reference routine. This is the routine to display Principal Unit(s) in the file. This is employed to confirm the attributes and size of Principal Unit(s) registered in the file. However, if we make a hard copy of Principal Units beforehand which can be seen at a glance, diagram depiction will become more efficient.
- (III) Diagram depiction routine. This is the routine to depict a diagram by using various commands. The result of the depiction is stored in the basic diagram file. In Fig. 3, Block command and Unit command are the commands to modify comprehensively the relevant Block or Unit as a whole. On the other hand, Principal Unit command is the command to call the desired Principal Unit on the screen, while element command is the command to operate, so to speak, elements such as lines, circles and the like separately.
- (IV) Diagram output routine. This is the routine to depict in colors the basic diagram completed in (III) on OHP sheet (or ordinary sheet) through the XY plotter.

Among the above described routines from (I) through (IV), (I) and (II) can be considered to be

pretreatment and (IV) to be post-treatment in diagram depicting.

### 3.2 Diagram Depiction Routine

This routine depicts a desired diagram by using various commands such as calling up Principal Unit(s), depiction of lines and circles, turning and parallel transfer of contours, and the like. Some characteristic parts of this system will be explained as follows.

- a. Decomposition of diagram and giving relation to Units. In this study a desired basic diagram is decomposed into diagrammatic units of Block and Unit, and Block is given its center  $B$ , while Unit is given its center  $U$ . The center  $B$  can be used as the center of operation such as turning or expansion of the block, and  $U$  can be used similarly.

Especially, when the Unit includes a Principal Unit, the center of the latter is registered as  $U$ . While, if the Unit does not include any Principal Unit, any position can be registered as  $U$ . (Hereinafter,  $U$  is called "Unit center", as far as no inconvenience is there especially.)

One of the characteristics of this education-material graphics is that it enables to give relation to Units.

Therefore, we will now indicate the total number of Units in a Block as " $L$ ", definite relation matrix  $M$  of  $L \times L$  and denote its  $(j, l)$  elements as  $m_{j, l}$ . Then:

$$\text{if } U^i \subset U^j, m_{j, l} = 1 \text{ and } m_{i, j} = 0;$$

$$\text{if } U^i \sim U^j, m_{j, l} = ml, j = 1;$$

$$\text{if no relation between } U^i \text{ and } U^j, m_{j, l} = ml, j = 0.$$

(1)

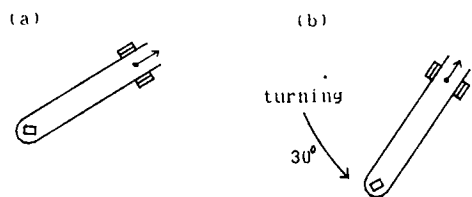


Fig. 5 Turning based on the interrelation between Units.

Transit closure for above described  $M$  will be given by the following equation:

$$\tilde{M} = (M + E)^{L-1} \quad (2)$$

where,  $E$  is unit matrix of  $L \times L$  and only the diagonal element equals 1 and others equal 0. By making reference to  $\tilde{M}$ , the Unit will be shown which should be subjected to the same operation with that of  $U^j$ . That is,  $U^l$  for which  $\tilde{m}_{j,l} = 1 (l = 1, \dots, L, l \neq j)$  holds goods will be subjected to the operation.

Now, let us return again to Fig. 1 (b) and use 3 Units of the test-tube holder ( $U^1$ ), test tube A ( $U^2$ ) and combusting substance ( $U^3$ ) (Fig. 5(a)). Then, if we consider the interrelation between the Units,  $M$  will be given by the expression (3) and  $\tilde{M}$  by (4).

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

where, as  $\tilde{m}_{1,2} = \tilde{m}_{1,3} = 1$ , when the test-tube holder is subjected to a configurational operation, the test tube and combusting substance should also be subjected to the same operation. Moreover, in this study, when the superordinate Unit is subjected to turning, the subordinate Unit is required not only turning of its configuration but also turning of its Unit center to simulate the actual operation.

Now, contour  $X$  is considered to be a Unit, and a new contour converted from  $X$  by command is denoted  $\Gamma(\Lambda; \omega; X)$ . Where,  $\omega$  is parameter incidental to command  $\Lambda$ . For example, if we consider contour  $X$  to be the test-tube holder and definite  $\Lambda$  and  $\omega$  as follows:

$\Lambda = \text{turning of the Unit: and}$

$$\omega = 30^\circ,$$

then, Fig. 5(a) will be converted to  $\Gamma(\Lambda, \omega, X)$ , that is, (b).

Next, in the case of  $U^i \sim U^j$ , since  $\tilde{m}_{j,i} = \tilde{m}_{i,j} = 1$  as shown in the above-mentioned derivative process, if either of  $U^j$  and  $U^i$  is operated, the other

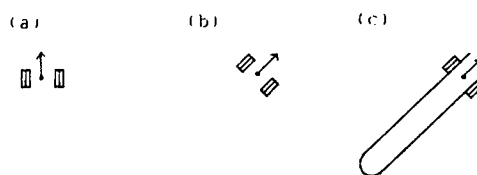


Fig. 6 Automatical positioning of a Principal Unit.

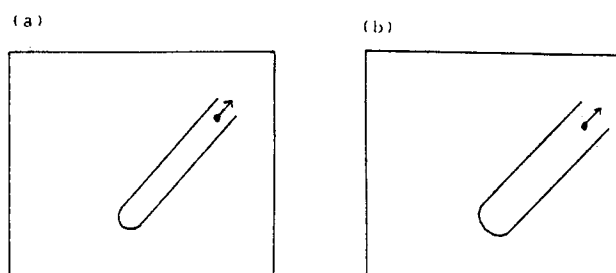


Fig. 7 Expansion and contraction of a diagram.  
note: Dots and arrows show the Unit centers and the axes, respectively.

should be operated in the same way.

- b. Attributes of Principal Unit. Principal Unit is given 2 attributes of Unit center and Unit axis. At the time of calling up the relevant Principal Unit on the screen, if a Unit on the screen is designated as the superordinate Unit, the Principal Unit will be depicted so that its Unit center and Unit axis may correspond with those of the superordinate Unit. Fig. 6(a) shows Principal Unit of the test-tube holder. We will call up it on the screen, and after declining it as in Fig. 6 (b) we will call up the test tube of Fig. 4 (a) on the screen. Then, if we designate the test-tube holder to be the superordinate Unit to the test tube, the latter will automatically be positioned as in Fig. 6 (c) without any detailed position adjustment.
- c. Function of expansion and contraction. We give Unit(s) a function of expansion and contraction in the axial or vertical direction. For example, if we turn the test tube of the above-mentioned Fig. 4 (a) in the way as shown in Fig. 7 (a) and expand it at 1.5 times in the vertical direction to the axis, we will obtain Fig. 7 (b). That is, when the diameter of the test tube needs to be depicted a little larger for inserting a thermometer into tube, this function can be used.

#### 4. Discussions

In this study we have developed an education-material graphics mainly of the field of chemical experiments by using Personal Computer PC-9801 E system. Discussions on operationality and productivity of the graphics can be summarized as follows.

- i) We decompose a basic diagram into Blocks and Units, assign Block numbers and Unit numbers to

each of Blocks and Units respectively, and give relations of superordination and coordination to Units in accordance with the necessity. However, since these kinds of information are difficult to display on the screen, there have occurred cases where the relation between 2 Units and the Block numbers have become indistinct. Therefore, we have employed the following procedure to prevent these difficulties: in advance, the basic diagram is roughly depicted on the auxiliary sheet, and when decomposing it into diagrammatic units, Block numbers and the like are written in; after that, at each time when relations are given to Units in depicting a diagram, the information of the relations are also written in on the sheet; and when a Block is operated, its number is confirmed with the auxiliary sheet.

- ii) In this study stratification of commands has been tried, as we have put emphasis on the productivity of material development and the operability of diagrams. This characteristic, however, often causes a confusion in the operation procedure. Therefore, we have arrived at the conclusion that we should give sufficient instruction in advance to a new user, constantly display command levels on the screen and take other necessary means.
- iii) The graphics system was executed by several student-teachers as a trial. Two problems described above were picked up from the executions. Because all of them were the new users and the system concept is not simple, it looked like to be somewhat difficult for them to operate it without the author's instruction. As a whole, the system will be used more efficiently if some sort of instructional manual is made.

## 5. Postscript

This paper has discussed the approach of an education-material graphics. There, a chemical experiment model in science instructional materials has been studied as an example, characteristics of the diagram has been understood and, based on the results, an education-material graphics has been developed focussing on giving levels to operation commands, and stratification of, attributes giving to and filing register of logical diagrammatic units. Problems concerning operability of the system have also been discussed.

As above, a field in which diagrams can be handled comparatively easy with a computer has been examined in this study. However, in earth sciences and biology we very often use, as the same part of science instructional materials, actual data and configurations rather than modelled diagrams, that will make it necessary to examine the problems of image treatment. This will also give rise to a new subject of an education-material graphics linked with image data base.

## References

- (1) M. C. Beiley and W. Pferd: "Graphics-based instruction for interactive-graphics-system training", IEEE Trans. Prof. Commun., PC-25, 2, pp. 67-73 (1982).
- (2) A. Demaid, P. G. Butcher and J. Verrier: "Understanding phase diagrams", Comput. & Educ., 6, 1, pp. 133-140 (1982).
- (3) P. Forcheri, E. Lemut and M. T. Molbino: "The graf system", Comput. & Educ., 7, 3, pp. 177-182 (1983).
- (4) J. M. Heines: "Screen design strategies for computer-assisted instruction", Digital Press, pp. 113-130 (1984).
- (5) R. D. Harding: "A structured approach to computer graphics for mathematical uses", Comput. & Educ., 7, 1, pp. 1-19 (1983).
- (6) D. V. Hutton and A. Hassan: "Computer graphics simulation of a CNC lathe", Comput. & Educ., 9, 2, pp. 127-134 (1985).



Ikuo Kitagaki was born in Toyohashi, Japan, August 9, 1947. He received B. E., M. E., and D. E. degrees from Tokyo Institute of Technology in 1970, 1972 and 1981, respectively. Since 1972, he joined Tokyo Gas Co., Ltd., and worked as one of the staffs of the project on Total Gas Control on-line computer system. Since 1973, he has been engaged in educational technology and music science at Tokyo Institute of Technology and so forth. At present, he is a research staff of the Res. and Develop. Inst. of Vocation. Train. in Employment Promotion Corporation. Dr. Kitagaki is a member of J. Soc. of Educ. Technol., the Acoustic Soc. of J., J. Science Educ. Soc. and J. Musical. Soc.

論文

ループ探索法による閉領域の同定の算法

正員 北垣 郁雄†

An Algorithm of Identifying a Closed Region by Loop Determination of the Line Segments

Ikuko KITAGAKI†, Member

あらまし CADでのフィルアルゴリズムに関連して、閉領域を同定する一算法を述べる。この算法は、画面内の図形が直線で構成されていることなどのいわば限定されたCAD環境で使用されるものであるが、画面内の適当な一点を質問点として指定すると、それを取り囲む閉領域を形成する直線群を、一直線に対する交線を抽出し選択するという手順で、逐次に探索してゆく。その際、交線が複数存在する場合は、それらに優先順位を付与して記憶しておくことにより、当該の直線群とかかわりのない直線に誤って踏みこんだ場合でも、その認識ののちには別の交線を選択し直すなどして所定の探索を完了するようにしている。また本論文では、質問点からドット単位でフィル問題を解決する従来の手法と比較を行い、質問点の入力回数から見た操作性の優劣がある程度個々の図形的性質に依存することを示している。すなわち、本研究は、この算法を従来のCAD機能を強化する付加的アルゴリズムとして提案するものである。

1. まえがき

CADでは、ハッチングや塗りつぶしなどのフィルアルゴリズムが一つの課題である。これらは、ある図形が完成されたのちのいわば事後処理の一つと考えられるが、コンピュータアニメーションにつきものの彩色処理や特定の閉領域を指示・強調したりする視覚技法という視点からすれば、欠かすことのできないCAD機能の一つといえる。

さて、本論文は、先の図形処理に関し、その操作性を高めることを目的として、閉領域の一同定法を提案するものである。これを用いると、画面上で所望の閉領域内の適当な位置を質問点として指定することにより、それを取り囲む閉領域を同定する。その際、まず質問点から最も近距離の直線(以後、初期線と呼ぶ)を認識し、そののち閉領域を形成する直線を逐次に探索するという方法をとる<sup>(1)</sup>。閉領域は、当然のことながらループに囲まれており、それをたどって同定を行っているので、これはループ探索法ということもできる。

この方法では、直線で構成された画面において、次のいずれかを満たす場合には、質問点を一つだけ与え

て同定を完了させることができる。いま、当該の閉領域をRとし、Rを形成する直線をRの境界要素と呼ぶ。また、その直線群を一つの集合と見なしてRの境界要素集合と呼ぶことにする。

- a)  $R_{in} \cup R = R$  となるような閉領域  $R_{in}$  が存在しないとき
- b)  $R_{in} \cup R = R$  となる閉領域  $R_{in}$  が幾つか存在する場合、Rおよび  $R_{in}$  の境界要素集合をそれぞれ  $S, S_{in}$  として、 $s(\in S)$  と  $s_{in}(\in S_{in})$  が互いに共有しなく、また交点も持たないとき。
- c)  $R_{out} \cup R \neq R$  となる閉領域  $R_{out}$  が幾つか存在する場合、 $R_{out}$  の境界要素集合を  $S_{out}$  として  $s(\in S)$  と  $s_{out}(\in S_{out})$  が互いに共有しなく、また交点も持たないとき。

上記を、図1に示す図形で考えてみる。いずれも太線のループの内側を所望の閉領域Rとしており、図(a), (b), (c)がそれぞれ上記のa), b), c)に相当する。後述のアルゴリズムから明らかのように、特にc)の場合は、閉領域Rの外側の適当な位置を質問点として指定するという方法をとる。また、所望の閉領域がa), b), c)のいずれにも該当しない場合は、個々に応じて質問点の入力回数も多くなる。例えば、図(d)では質問点の入力回数は2(左上と左下の四角

†雇用促進事業団、相模原市 Employment Promotion Corporation, Sagamihara-shi, 229 Japan

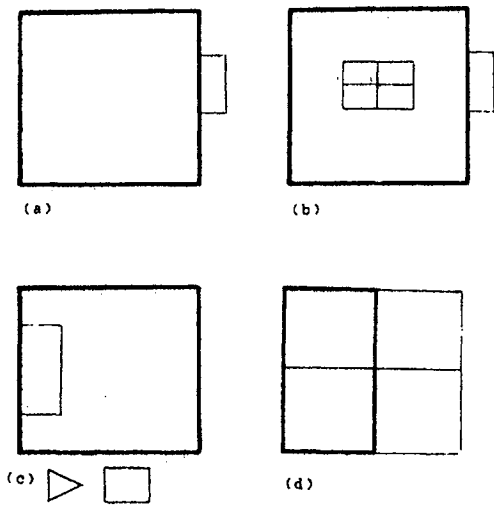


図1 閉領域の同定  
Fig. 1 Identification of a closed region.

形内)となる。

ところで、ここで提案する同定法は、1)直線で構成された図形であること、2)直線の端点の座標がコンピュータに記憶されていること、という限定されたCAD環境で使用するものである。但し、円、円弧などの曲線が含まれている場合でも、この同定を行う前にこれらを直線近似するなどしておけば、1)に帰着する。

閉領域を認識する別の方式として、その内部に指定した質問点を始点として、ドット単位で2次的に探索する同定法<sup>(2)</sup>がよく用いられるが、探索方式の相違から、質問点の入力回数から見たその操作性の優劣は、おのずから対象とする図形の性質に依存する。例えば先の図1(b)で、所望の領域が太線の内側のすべてである場合は本方式が優り、同じ領域から“田”の字の部分を除いた領域を想定するときは、ドット探索法が優る。その優劣の図形への依存性ならびに限定されたCAD環境での使用という二つの意味において、本研究は、これを従来のCAD機能を強化する付加的アルゴリズムとして提案するものである。

## 2. 閉領域の同定の算法

いま、直線で構成されたあるループの内側を閉領域  $R$  として、これを同定するものとする。また、 $R$  の境界要素集合を  $S^R$  とする。

まず閉領域  $R$  の内側で、 $R$  の境界要素のどれか一つの近傍を質問点  $H_0$  として指定する。“近傍”とは明確

には定義しがたいが、結果的には、 $H_0$  を与えると画面内の直線のうち  $H_0$  からの垂線の足の長さが最小となる直線を選別する。そしてそれを初期線  $s^0 (\in S^R)$  として、ループ探索を開始する。すなわち、 $s^0$  と交差する直線を求め、その中から適当な一つを選定して、それを  $S^0$  につづく境界要素と見なすという手順を踏む。このように逐次に探索を進めてゆき、再び  $s^0$  にたどりついたら探索を停止する。そして、その間に選定された一連の直線を  $R$  の境界要素のすべてと見なすわけである。探索の方向は、質問点  $H_0$  から見て時計方向、反時計方向のいずれでもよく、ここでは反時計方向としておく。

### 2.1 直線の交差判定と事前処理

二つの直線  $s^a, s^b$  の座標を図2(a)のように  $Z$  でベクトル表記する。このとき、次式が共に成り立てば、 $s^a$  と  $s^b$  は交差する。

$$(Z_2 - Z_1) \times (Z_4 - Z_1) \cdot (Z_2 - Z_1) \times (Z_3 - Z_1) < 0 \quad (1)$$

$$(Z_4 - Z_3) \times (Z_2 - Z_3) \cdot (Z_4 - Z_3) \times (Z_1 - Z_3) < 0 \quad (2)$$

しかし、次の四つの判定のうちどれか一つが成立すれば、交差の可能性がない。そこで本研究では、演算回数の観点で、(1)、(2)の計算の前にこの確認を行っている。(なお、(3)~(6)はコンピュータグラフィックスでの隠面消去に関する Newell の方式<sup>(5)</sup>を応用したものである)

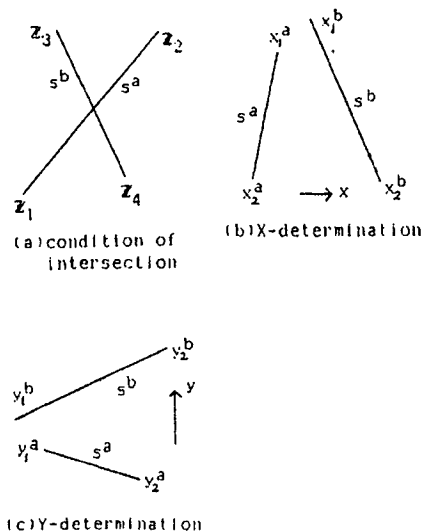


図2 直線の交差判定  
Fig. 2 The intersection of two line segments.



$x$  判定

$$\max(x_1^a, x_2^a) < \min(x_1^b, x_2^b) \text{ (図 2 (b)) (3)}$$

$$\min(x_1^a, x_2^a) > \max(x_1^b, x_2^b) \text{ (4)}$$

$y$  判定

$$\max(y_1^a, y_2^a) < \min(y_1^b, y_2^b) \text{ (図 2 (c)) (5)}$$

$$\min(y_1^a, y_2^a) > \max(y_1^b, y_2^b) \text{ (6)}$$

場合によっては、(3)~(6)が成立しないために改めて(1), (2)を計算し、かえって演算回数が増加することもあり得る。しかし、実際のCADで扱う図面では、縦や横の平行線や短い直線が少なくなく、かなりの直線が(3)~(6)の判定で除かれることが期待されるともいえる。詳細は、のちに考察する。

### 2.2 交線の優先順位

本アルゴリズムでは、直線に対する交線を求めて、境界要素を逐次に探索してゆく。その際、直線とその交線に対して交線メモリに格納し、交線数が複数の場合はその中から適当な一つを選択して境界要素と見なし、スタックメモリに格納する。交線の優先順位は、その選択のために定めるものである。

いま、ある直線  $s^{cur}$  に対する交線を求めるものとする。このとき、図3のようにある交線がその両端以外で  $s^{cur}$  と交わるときはそれが2分されることになるが、その場合は、便宜上、別々の直線としてとり扱う。従って、交線を  $s_j^c$  ( $s_j^c \in S^c$  (全交線集合),  $j=1, 2, \dots, J$ ) と表記するとき、 $s_j^c$  は全てその一端が  $s^{cur}$  上にあることになる。その端点を、特に基点  $Z_{int}$  と呼ぶことにする。更に、図示のように、 $s^{cur}$  の直前にスタックされた直線を  $s^{back}$  ( $s^{back} \in S^c$ )、 $s^{back}$  と  $s^{cur}$  との交点を  $Z^{base}$  また、 $s^{cur}$  上で  $Z^{base}$  と反対側の端点を  $Z^{oppo}$  とする。

次に、ある直線  $s^{cur}$  に対する幾つかの交線の相互比較を行うために、交線の傾斜角  $\theta$  を定める。 $\theta$  は、反時計方向を正とし、 $Z^{base} \rightarrow Z^{oppo}$  の方向が  $\pi/2$  となるように設定するものとする。つまり  $\theta$  は、当該の直線

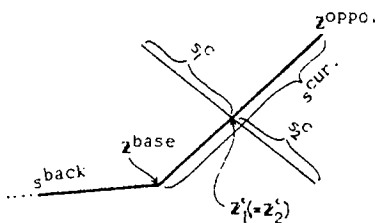


図3 交線の取り扱い

Fig. 3 How to deal with intersecting line segments.

$s^{cur}$  が異なれば、そのとり方も異なる。ここで  $\theta$  は、 $-\pi/2 \leq \theta < 3\pi/2$  としておく。なお、交線の傾斜角は、当該の交線上で  $Z_{int}$  と反対側の端点を  $Z'_{int}$  とするとき、 $Z_{int} \rightarrow Z'_{int}$  の方向に対して定めるものとする。

以上の設定のもとに、 $s^{cur}$  に対する交線の優先順位を次のように定める。まず、実交線集合  $\tilde{S}^c$  を

$$\tilde{S}^c = S^c - S^{base}$$

と定義し、交線の優先順位は  $\tilde{S}^c$  の要素に対してのみ考慮するものとする。ここに  $S^{base}$  は、 $Z^{base}$  が基点となる交線の集合である。つまり  $S^{base}$  は、 $s^{back}$  が、 $s^{cur}$  であったときにその実交線集合に含まれているので、検討の対象からははずすわけである。

さて、直線  $s_j^c$ ,  $s_k^c$  ( $\in \tilde{S}^c$ ) の優先順位を次のように定める。ここでは、 $s_j^c$  が  $s_k^c$  よりその優先度が高いとき、 $s_j^c > s_k^c$  で表記する。

状態1:  $s_j^c$  と  $s_k^c$  が、図4(a)のように  $s^{cur}$  の左右に分かれている場合は、 $\theta$  の大きい交線が優先する。同図の例では、 $s_j^c > s_k^c$  となる。

状態2:  $s_j^c$  と  $s_k^c$  が、図4(b)のようにいずれも  $s^{cur}$  の右側に存在し、しかも基点が異なるときは、 $Z^{base}$  から遠い方の交線が優先する。同図の例では、 $s_j^c > s_k^c$  となる。

状態3:  $s_j^c$  と  $s_k^c$  が、図4(c)のようにいずれも  $s^{cur}$  の左側に存在し、しかも基点が異なるときは、 $Z^{base}$  に近い方の交線が優先する。同図の例では、 $s_j^c > s_k^c$  となる。

状態4:  $s_j^c$  と  $s_k^c$  が、図4(d)のようにいずれも  $s^{cur}$  の左側か右側に存在し、しかも基点が一致するときは、 $\theta$  の大きい交線が優先する。同図の例では、いずれも  $s_j^c > s_k^c$  となる。

状態5:  $s_j^c$  と  $s_k^c$  の基点が、図4(e)のようにいずれも  $Z^{oppo}$  であるときは、 $\theta$  の大きい交線が優先する。同図の例では、 $s_j^c > s_k^c$  となる。

状態6: その他、図4(f)のように  $s_j^c$  と  $s_k^c$  の基点のいずれか一方が  $Z^{oppo}$  に一致するときは、もう一方の交線が  $s^{cur}$  の左側にある場合はこれが優先し、右側の場合は逆の関係となる。同図の例では、いずれも  $s_j^c > s_k^c$  となる(ここでは、探索方向を反時計方向と想定しているが、時計方向の場合は上記の優先順位はすべて逆になる)。

応用例として図5をあげると、 $s^{cur}$  に対する  $\tilde{S}^c$  の要素数は6であり、 $s_1^c, \dots, s_6^c$  は次の優先順位となる。

$$s_2^c > s_3^c > s_1^c > s_5^c > s_6^c > s_4^c$$

さて、求められた交線はその優先順位の情報と共に

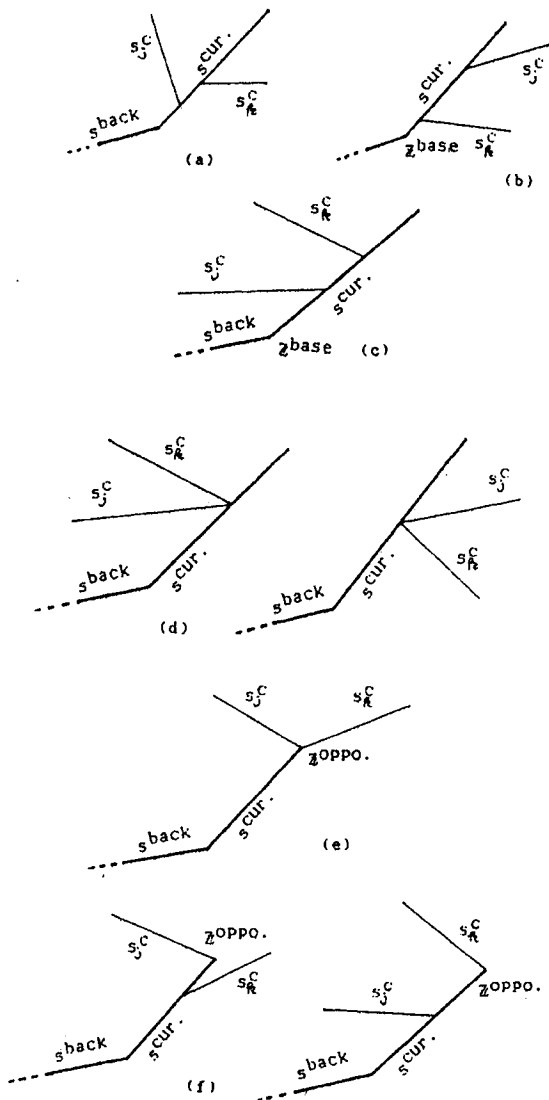


図4 交線の優先順位  
Fig. 4 Priority of intersecting line segments.

交線メモリに格納しておく、これを適宜参照することにより、境界要素に含まれない直線を誤ってスタックメモリに格納した場合でも、その認識ののちには、それを下位の交線に変更したり更には  $s^{back}$  に対する交線を吟味してスタックし直すなどして、閉領域の認識を正常に終了させることができる。以後、直線  $s^i$  ( $i=0, 1, \dots$ ) に対する第  $j$  順位の交線を、改めて  $s_j^i$  ( $j=1, 2, \dots, J$ ) と表記する。

2.3 境界要素集合  $S^R$  の決定

前述の交差判定法と交線の優先順位決定法を用いて、図6に示すような閉領域の決定算法を作成した。同図

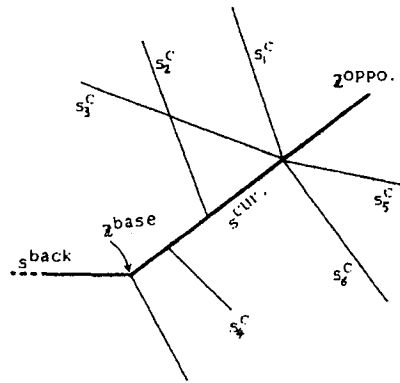


図5 境界要素の探索  
Fig. 5 Sequential determination of a boundary line segments.

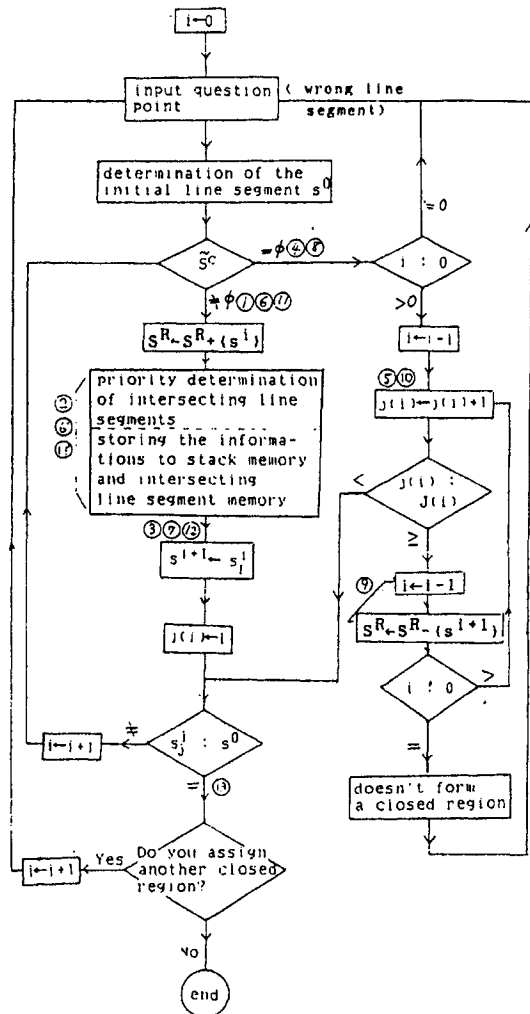


図6 閉領域の探索アルゴリズムの概略  
Fig. 6 An algorithm of identifying a closed region.

において、 $j$ は、 $s^i$ に対する交線の中で $s^i$ につづく境界要素とみなす交線の順位を示し、 $s_j^i$ をスタックメモリに格納する際には $j$ の値も対にして記憶しておく。

もちろん、 $j$ は $i$ の関数であるので、特に $j(i)$ としている。同じく、 $J$ も $J(i)$ と表記している。

いま、例として図7のような破線と太い実線で囲まれた閉領域 $R$ をとりあげる。そして、表記の $s^0$ を初期線 (initial line segment) とし、それから出発して $s^{i-1}$ までの境界要素をスタックメモリに格納したものとす。  $s^{i-1}$ に対する交線は図示の $s_1^{i-1}$ と $s_2^{i-1}$ の二つが存在し、先の優先順位の決定法からすれば、とりあえず $s_1^{i-1}$ が $s^{i-1}$ につづく境界要素 $s^i$ として吟味されることになる。 $s^i$ の吟味とその後の2~3の境界要素の探索手順は、以下のものである。各番号は、対比させて図6中にも併記しておく。

①  $s^i$ に対する実交線集合 $S^c$ が、 $S^c \neq \emptyset$ であることを知り、 $s^i$ をスタックメモリに格納する。 $S^R \leftarrow S^R + \{s^i\}$

②  $s^i$ に対する交線と各優先順位を決定する(図7内の $s_1^i, \dots, s_4^i$ の順を得る)。また、これらの情報を交線メモリ (intersecting line segment memory) に格納する。

③  $s_1^i$ を $s^i$ の次の境界要素 $s^{i+1}$ とみなす。

④  $s^{i+1}$ に対する実交線集合が、 $\tilde{S}^c = \emptyset$  (空集合)であることを知る。

⑤  $s_1^i$ をとりさげて、 $s_2^i$ を $s^i$ の次の境界要素 $s^{i+1}$ とみなす。

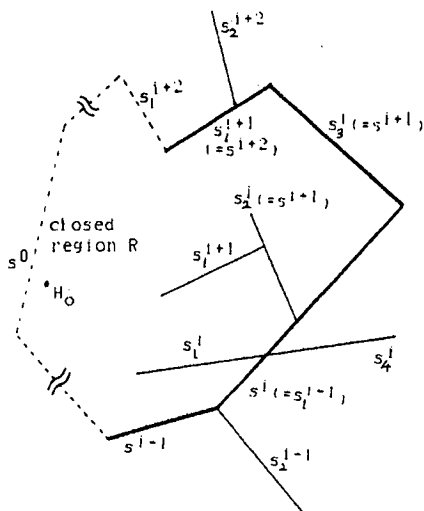


図7 閉領域の探索過程

Fig. 7 Procedure of determining a closed region.

⑥  $s^{i+1}$ について、 $\tilde{S}^c \neq \emptyset$ であるので、 $s^{i+1}$ をスタックメモリに格納する。 $S^R \leftarrow S^R + \{s_2^i\}$  ⑥' また、②と同様に、交線メモリに $\tilde{S}^c$ の要素とその優先順位を書き込む。

⑦  $s^{i+1}$ に対する一つの交線 $s_1^{i+1}$ を求め、 $s^{i+1}$ の次の境界要素 $s^{i+2}$ とみなす。

⑧  $s^{i+2}$ について、 $\tilde{S}^c = \emptyset$ であることを知る。

⑨  $s^{i+1}$ の交線は一つしか存在しないので、 $s^{i+1}$ をスタックメモリから抹消する。 $S^R \leftarrow S^R - \{s_2^i\}$  また、 $s^{i+1}$ に対する交線メモリ内の情報を消去する。

⑩  $s_2^i$ をとりさげて、 $s_3^i$ を $s^i$ の次の境界要素とみなす。

⑪  $s^{i+1}$ について、 $\tilde{S}^c \neq \emptyset$ であるので、⑥と同様に、 $s^{i+1}$ をスタックメモリに格納する。 $S^R \leftarrow S^R + \{s_3^i\}$  ⑪' また、交線メモリに $\tilde{S}^c$ の要素とその優先順位を書き込む。

⑫  $s^{i+1}$ に対する一つの交線 $s_1^{i+1}$ を、 $s^{i+1}$ の次の境界要素 $s^{i+2}$ とみなす。

上記の手続きを繰り返し適用し、⑬  $s^0$ に到着したら、探索を終了する。

### 3. 考 察

閉領域の同定の算法に関し、図8に示す事例をもとにして、操作性を中心に考察してみる。同図では、同

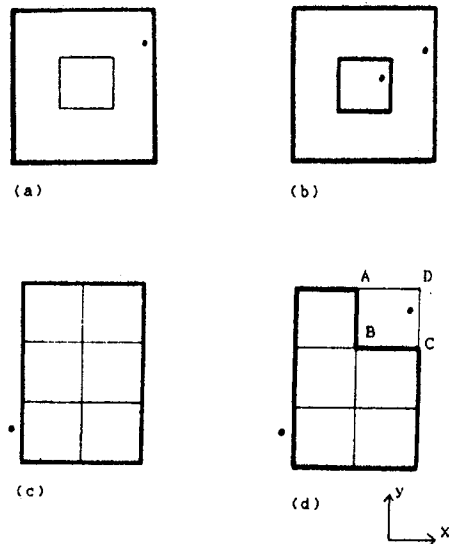


図8 閉領域の同定

(図中、ドットはループ探索法での質問点を示す)

Fig. 8 Identification of a closed region in the figure, dots show the locations of question points in terms of loop determination method.

定しようとする一閉領域を太線で示している。また、質問点の位置は一意的でなく、図中にドットで示した質問点は一例と考えてよい。

ところで、操作性の良し悪しは、質問点の入力回数のほか、演算速度などにも依存すると思われるが、ここでは、ユーザの労力に直接影響する大きな要因の一つとして、質問点の入力回数  $n$  を操作性の尺度とし、その少なさを評価した。

まず、図(a)の場合つまり太線の内側全体を同定するときには、ドット探索法では  $n=2$  となるのに対し、本研究でのループ探索法では  $n=1$  である。これに対して、図(b)のように二つのループにはさまれた部分を同定するときは、ドット探索法では  $n=1$ 、ループ探索法では  $n=2$  となり、その優劣が入れかわる。

特に図(b)でのループ探索法では、2回のループ探索で求められた直線群の和集合がこの閉領域の境界要素集合となる。更に、この場合の質問点の位置は、当該の閉ループの近傍であれば、その内側でも外側でもよい。いずれの場合も同定される境界要素集合が同じであることは明らかで、探索方向が反時計方向か時計方向かの相違にすぎない。

次に図(c)の場合は、ドット探索法では  $n=6$  となる。一方、ループ探索法では  $n=6$  とすることもできるが、既述の算法からすれば、太線の外側でその近傍の適当な位置を質問点とすることで、探索方向が太線の内側から見て時計方向となり、 $n=1$  となる。

また、図(d)の場合は、ループ探索法ではまず前述の図(c)の同定を行い、つづいて右上の四角形 ABCD の内側に質問点を与えてそのループ探索を行えば所望の閉領域が同定され、 $n=2$  となる。つまり、2回のループ探索で得られた直線群から、互いに共有する部分(この図形では、 $\overline{AD}$  と  $\overline{CD}$  が共有部分となる)を除去したものが、当該の境界要素となる。

これらの事例から推察されるように、ドット探索法とループ探索法の優劣は個々の図形に依存するが、定性的には、所望の閉領域  $R$  が多くの領域に分割されており、しかも  $R$  に外接する閉領域の数が少ない場合はループ探索法の方が優るといえそうである。そして、当該の CAD にこれら二つの探索法が提供されている場合は、いずれを用いるかは、それぞれの特徴を把握したユーザの知的判断にある程度委ねられることになる。

さて、閉領域の同定は、ハッチングや塗りつぶしなどの画面処理を目的とすることが多い。そこで補足として、ハッチングを例にあげてその手順を略記してお

く、そこでは、基本的な事柄として、十分長い直線と交点をもつ境界要素数が一般には偶数であるという性質を利用する。

いま、図(d)の閉領域に斜線(角度を  $\varphi$  とし、 $0 < \varphi < \pi/2$  としておく)を引くことを想定する。このとき、その斜線は適当な  $b$  に対して  $y = x \tan \varphi + b$  で与えられる。そこで、先の2回のループ探索で得られた直線群と  $y = x \tan \varphi + b$  との交点を左下から右上に向かって順に求めると、その交点数は、この斜線が直線の端点上を通過する場合を除けば、2 ( $P_1, P_2$  とする) または 4 ( $P_1, P_2, P_3, P_4$  とする) のいずれかとなる。そして後者の場合、 $P_3$  と  $P_4$  は  $\overline{AD}$  上または  $\overline{CD}$  上で一致するので、これらを無視し、 $P_1, P_2$  間のみを直線で結ぶ。なお、 $P_3$  と  $P_4$  を無視するという事は、先にも述べたとおり、2回のループ探索で得られた直線群から互いに共有する部分を除去することに他ならない。

より一般的には、次の方法を採用しよう。まず、直線  $y = x \tan \varphi + b$  と直線群の交点(その  $x$  座標の小さい方から順に  $P_1, P_2, \dots, P_a$  とする)を求める。次に、 $i=1, 2, \dots, a-1$  に対して  $P_i$  と  $P_{i+1}$  を順に比較してゆき、両者の位置が一致したら  $P_i$  と  $P_{i+1}$  を除去する。この一連の操作によって、結果的には残された交点数は偶数となるが、改めて交点の  $x$  座標の小さい方から順に二つずつとり出してゆき、それらを直線で結べばよい。

特に、 $\varphi = 0$  とか  $\varphi = \pi/2$  の時や、直線群の中に斜線と傾きの一致するものがある場合でも、ほぼ同様な考え方で可能である。

その他、同一色のフィル作業の場合は、ハッチングで斜線間のピッチを細かくすることのほかは、これと全く同じ考え方でよい。例えば、フィル作業を行ったものを XY プロッタ出力するなどの場合は、そのピッチをプロッタペンの太さ以下にすれば十分である。

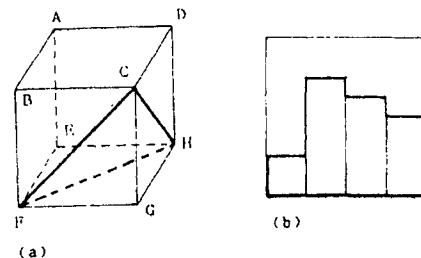


図9 交線の判定の効率  
Fig. 9 Efficiency of determination of intersecting line segments.

次に、演算スピードに関連して、算法の演算効率の考察を試みる。

先に、交差判定に先立って  $x$  判定と  $y$  判定を行う旨述べたが、図9の例でこれらの事前判定の効用を調べてみる。簡単のため、ここでは太線で示した境界要素のみに対する交差判定の問題として考察する。まず図(a)では、直線の総数は15である。境界要素のうち、 $\overline{CH}$  をとりあげてみると、事前判定によって排除される直線は、 $x$  判定では  $\overline{AE}$ ,  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BF}$ ,  $\overline{EF}$ ,  $y$  判定では  $\overline{AD}$ ,  $\overline{FG}$  で、合計6本である。一方、 $\overline{CF}$ ,  $\overline{FH}$  に対しては、それぞれ2本、4本となる。これから、排除率  $\alpha$  を(事前判定で排除された直線数)/(総直線数)とすると、図(a)に対しては  $\alpha_a = 0.3$  となる。また図(b)での排除率  $\alpha_b$  は、0.75と計算される。なお、図(b)は直線がすべて縦か横という特徴がある。

最後に、Shamos-Hoey<sup>(3)</sup>やBentleyら<sup>(4)</sup>は、交差判定の効率を、比較すべき2直線のペア総数の視点で論じている。すなわち、一画面内の総直線数を  $N (> 1)$ 、交点数を  $k$  とすると、素朴な算法では  $O(N^2)$  であるのに対して、 $O(N \log N + k \log N)$  で判定可能であることを述べている。但し、 $\max k = \binom{N}{2}$  であるので、かえって素朴な算法の方がすぐれていることもある。

本研究では、その算法から判定の効率が境界要素数や交差の状態によって変動するが、強いて上記になぞらえれば、大ざっぱに  $O(m(\bar{n} \log \bar{n} - \bar{n} + N))$  と推定される(付録)。ここに、 $m$  は境界要素数、 $\bar{n}$  は境界要素数に対する平均交線総数である。つまり、本算法は境界要素数が少ないほど判定効率がすぐれているという特徴がうかがえる。

#### 4. む す び

CADでは、しばしばハッチングや彩色処理が行われるが、本論文では、その事前作業に必要な閉領域の一同定法を述べた。また本研究で提案したループ探索法と閉領域内の質問点からドット単位で2次元的に探索するいわばドット探索法との比較を行って、その特徴を具体的な事例で示した。その他、ループ探索法は直線の交差判定の問題に帰着するが、その演算効率を比較すべき2直線のペア総数の視点で考察した。

#### 文 献

- (1) 北垣郁雄：“教材グラフィックスにおける閉領域内の一点指定による斜線引きアルゴリズム”，信学技報，ET84-11 (1985-03)。
- (2) 安居院，中嶋，大江：“コンピュータアニメーション”，産報

出版，pp.67-88 (1983)。

- (3) M. I. Shamos and D. Hoey：“Geometric intersection problems”，Proc, 17th IEEE Symp. Foundation of Computer Science, pp. 208-215 (1976)。
- (4) J. L. Bentley and Öttmann：“Algorithms for reporting and counting geometric intersections”，IEEE Trans. Comput., C-28, 9, pp. 643-647 (1979)。
- (5) 山口富士夫：“コンピュータディスプレイによる図形処理工学”，日刊工業，pp.292-295 (1983)。

#### 附 録

ある境界要素  $s^i$  に対する交線を調べるには、 $O(N)$  を要する。また、 $s^i$  の交線を逐次求める際、新たに求められた交線をそれ以前の交線(交線数  $x$ )と比較して優先順位を決定するには、Bentleyらとはほぼ同じ考え方で、 $O(\log x)$  となる。従って、 $s^i$  に対する交線の総数を  $n$  とすれば、それらの優先順位をすべて決定するには、大ざっぱに  $O(\int_1^n \log x dx) = O(n \log n - n)$  となる。これから、境界要素数を  $m$  とし、要素に対する平均交線数を  $\bar{n}$  とすれば、比較すべき直線のペア総数は、 $O(m(\bar{n} \log \bar{n} - \bar{n} + N))$  となる。

(昭和61年7月9日受付，9月29日再受付)



北垣 郁雄

昭45東工大・工・電物卒，昭47同大学院修士了，雇用促進事業団職業訓練研究センター研究員，工博，教育工学，音楽科学，計算幾何，その他の研究に従事，日本教育工学会，日本音響学会，日本科学教育学会，日本音楽学会各会員。