

## 報 文

# 衝撃問題用教材としてのエア・ガンの 製作およびその利用

浜松職業訓練短期大学校 橋 本 彰 三

## Production and Use of An Air Gun as Teaching Apparatus for Study of Impact

Shozo Hashimoto

**要 旨** 衝撃問題は職業訓練短期大学校におけるカリキュラムに入っていない教育分野である。しかしわれわれをとりまく構造部材にはひっきりなしに衝撃が加えられている。

それらの問題は振動問題として取り扱われているのが一般である。瞬間的力が加えられてから振動運動に至るまでの短い時間の間の過渡的現象を扱うのが衝撃問題の一つである。衝撃力が大きくなると瞬間的破壊になり、小さな物体の超高速衝突になると貫入問題になる。

ここでは衝撃問題の入門として、衝撃によって生じる弾性波の伝播現象を実験的に捕らえ、衝撃というものの概念を理解させることにその主眼をおいている。その実験のための衝撃負荷装置として、簡易で安価なエア・ガンの設計製作を行い、その利用例を述べ、教育できる衝撃現象の内容を考察している。

製作したエア・ガンの性能は満足するものであり、それを利用することにより比較的容易に弾性波伝播現象を教育でき、それに関連させ種々の衝撃問題の教育へと発展させることができることを述べている。

### I はじめに

材料力学の教育において、応力や歪の概念を理解させることはなかなか難しいものである。まして衝撃となるとその困難さはさらに増大する。衝撃問題という言葉に接するだけで敬遠したくなるのが普通であるといえよう。しかしながら、衝撃現象を一次元の単純な形で捕らえることにより、その基本的性質、概念を比較的容易に教育できると筆者は考えている。

衝撃問題を教育するといっても、その内容がほんの入口だけになることは短期大学校ということもありやむを得ないであろう。筆者が考えている内容は、構造部材(実際には単純な棒を使うことになる)に衝撃が加わると、その中に応力波(弾性波、塑性波、粘弾性波、衝撃波など)があるが、ここでは弾性波だけに限るので、以後弾性波という)が生じ、それが伝播していくことにより、構造部材に応力が伝わり、時には破壊に至らすこともあることを実験で捕らえることにある。その実験を通じて、衝撃によっ

て生じる弾性波の伝播速度と材料の物理的特性との関係、衝撃力と弾性波の大きさ(応力の大きさ)との関係、さらにでき得れば、干渉によるその大きさの減少、増大の様子、材料の衝撃破壊強度などに関する概念を会得させることが教育の目的になる。もちろん、対象となる学生の能力、教育時間によってどこまで行うかが決められなければならない。

そして、以上のことは、ここで取り上げたエア・ガンを利用することにより、一般に考えられているよりも比較的容易になし得るのである。そのうえ、これは機械系の者ならば誰にでも安価に容易に製作することができるのである。それだけでなく、教官自身の衝撃問題の研究における衝撃負荷装置としても利用できる。現に、筆者は高速光弾性実験による衝撃問題の研究に利用している。

ここで発表するエア・ガンは卒業研究として学生と共に製作したものである。

### II エア・ガンの設計

#### 1 設計条件

設計条件を下記のように設定した。

空気圧 (常用) 0.5 MPa (最大 1 MPa)  
 弾の直径と長さ 6 mm、160 mm  
 弾の質量 34.5 g (鋼製)  
 弾の速度 20 m/s

ここで弾の速度 20m/s は、同一断面積の鋼の棒どうしの衝突において、その衝突面に塑性変形が生じないためのおおよその最大速度である。その他の数値は、実験を考慮に入れて適当に設定したものである。

2 理論計算

以上の条件から、まず銃身の長さを決めるために、最も単純な仮定即ち、弾を押す力が一定であるという仮定の下に計算を行った。その後、さらに現実に近い近似として、理想気体の等温膨張 (PV = 一定) の仮定と、空気の断熱膨張 (PV<sup>K</sup> = 一定) の仮定の下に計算を行い、実験結果との比較を行った。

理論計算は図 1 に示す寸法、座標に基づいて行う。

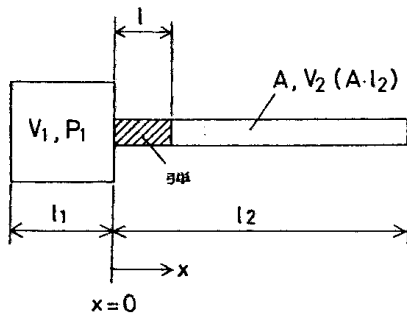


図-1 エアガン概念図

① 第 1 近似……弾に作用する力 F を一定にした場合  
 弾が X=0 から X=l<sub>2</sub> まで移動する間 P<sub>1</sub> は変化しないものとする、弾の運動方程式は

$$F = P_1 A = m\alpha \quad \dots\dots(1)$$

m, α : 弾の質量、加速度  
 と表せる。ここで α = d<sup>2</sup>X / dt<sup>2</sup> であるから(1)式は

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{P_1 A}{m} \quad \dots\dots(2)$$

となる。

この微分方程式を t=0 で X=v (=dX/dt) = 0 の条件のもとで積分すれば

$$\frac{dX}{dt} = \left(\frac{P_1 A}{m}\right) t \quad \dots\dots(3)$$

$$X = \left(\frac{P_1 A}{2m}\right) t^2 \quad \dots\dots(4)$$

となる。(3)、(4)式から弾の位置 X とその位置における弾の

速度 v(X) の関係を求めると、

$$v(X) = \left(\frac{2P_1 A}{m} X\right)^{1/2} \quad \dots\dots(5)$$

となる。この式に設計条件を代入すると、X ≒ 0.5 となる。この結果から l<sub>2</sub> を一応 0.5 m とすることに決定した。

② 第 2 近似……理想気体の等温膨張の場合

ボイルの法則 P<sub>1</sub>V<sub>1</sub> = P(X)V(X) ……(6) を使う。l<sub>2</sub> を第 1 近似で求めた値とし、空気溜の体積、圧力を V<sub>1</sub>、P<sub>1</sub> (=0.5MPa) とする。また銃身の体積を V<sub>2</sub> とする。

V<sub>1</sub> が X の位置まで膨張したとすると、そのときの体積 V(X) は

$$V(X) = V_1 + \frac{V_2}{l_2} X \quad \dots\dots(7)$$

となる。(6)、(7)式から V<sub>1</sub> が V(X) になったときの圧力 P(X) は

$$P(X) = \frac{P_1 V_1}{V(X)} = \frac{P_1 V_1}{V_1 + \frac{V_2 X}{l_2}} = \frac{P_1}{1 + \frac{V_2 X}{V_1 l_2}} \quad \dots\dots(8)$$

となる。従って弾に作用する力 F(t) は次式のように表され、それより (9) 式の微分方程式 (運動方程式) が得られる。

$$F(t) = m \frac{d^2 X}{dt^2} = P(X)A = \frac{P_1 A}{1 + \frac{V_2 X}{V_1 l_2}}$$

$$\therefore \frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{P_1 A}{m} \frac{1}{1 + \frac{V_2 X}{V_1 l_2}} \quad \dots\dots(9)$$

この微分方程式の解は

$$\frac{dX}{dt} = v(X) = \sqrt{2 \frac{P_1 V_1}{m} \ln \left(1 + \frac{V_2}{V_1 l_2} X\right)} \quad \dots\dots(10)$$

である。

③ 第 3 近似……空気の断熱膨張の場合

断熱膨張の式 P<sub>1</sub>V<sub>1</sub><sup>K</sup> = P(X)V<sup>K</sup>(X) ……(11)

を使う。空気の場合 K=1.4 である。

$$\therefore P_1 V_1^{1.4} = P(X) V^{1.4}(X) \quad \dots\dots(12)$$

l<sub>2</sub> は第 2 近似と同じにする。

X の位置の体積 V(X) は (7) 式で与えられているから

圧力  $P(X)$  は

$$P(X) = \frac{V_1^{1.4}}{V_1^{1.4}(X)} P_1 = \frac{V_1^{1.4}}{\left(V_1 + \frac{V_2 X}{l_2}\right)^{1.4}} P_1$$

$$= \left(1 + \frac{V_2}{V_1 l_2} X\right)^{-1.4} P_1 \quad \dots\dots(13)$$

となる。従って弾に作用する力  $F(t)$  および運動方程式は

$$F(t) = m \frac{d^2 X}{dt^2} = P(X) A = \left(1 + \frac{V_2}{V_1 l_2} X\right)^{-1.4} P_1 A$$

$$\therefore \frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{P_1 A}{m} \left(1 + \frac{V_2}{V_1 l_2} X\right)^{-1.4} \quad \dots\dots(14)$$

となる。この微分方程式 (14) 式の解は

$$\frac{dX}{dt} = v(X) = \left[ \frac{2P_1 V_1}{0.4m} \left\{ 1 - \left(1 + \frac{V_2}{V_1 l_2} X\right)^{-0.4} \right\} \right]^{1/2} \quad \dots\dots(15)$$

である。

### 3 具体的計算

以上の結果の (5), (10), (15) 式から、圧力  $P_1$  と速度  $v(X = l_2)$  の関係を求めた曲線を図 2 に示す。第 2 近似、第 3 近似については、 $V_2/V_1$  の値によって結果が異なってくる。ここでは  $V_2/V_1$  の値が  $1/4$  と  $1/20$  の場合を示す。この結果から一応  $V_2/V_1$  の値が  $1/20$  以上になると、各式の間の結果の差が小さくなるので、設計値としては  $V_2/V_1 \approx 1/20$  とおいた。

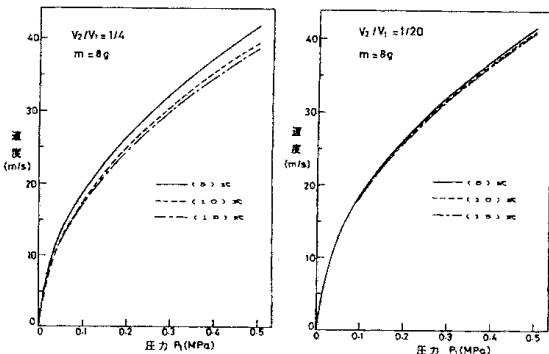
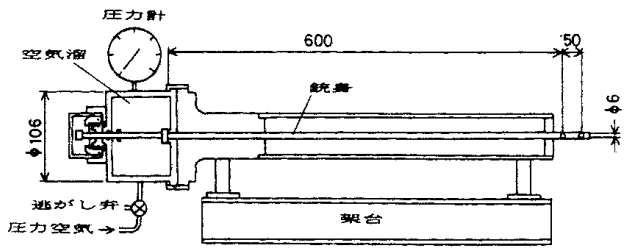


図-2 (a) (b)  
図-2 理論計算結果

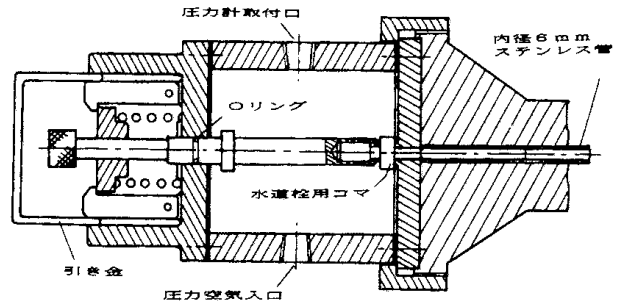
### III エア・ガンの製作

実際に製作したエア・ガンの概略図を図 3 に示す。設計上の  $l_2$  は  $0.5\text{m}$  であったが実際に製作した  $l_2$  は  $0.6\text{m}$

となっている。



(a)



(b)

図-3 エア・ガンの概略および空気溜部の詳細

全体は空気溜部、銃身部、銃身支持部、および架台から構成されている。

空気溜部は外径  $106\text{mm}$  の厚肉鋼管の両端にフランジを取り付けただけである。この空気溜部は袋ナットにより取り付け取り外しができるようになっている。この部分を取り外して弾をセットする。

空気を止めるバルブには市販の水道栓用コマを利用した。バルブは引き金を引き抜くことにより、スプリングの力で開くようになっている。実際の加工ではこの部分が多少厄介である。

銃身は内径  $6\text{mm}$  のステンレスパイプを用いているが黄銅パイプでもよい。その先端に速度測定用孔を  $50\text{mm}$  間隔で開けてある。

銃身支持部は外径  $50\text{mm}$  程度の鋼管および鋼棒を加工した物から成る。

架台にはチャンネルを利用した。

旋盤加工が主であり、その他はほとんど手作業程度である。

### IV 性能テスト用実験

#### 1 性能テスト用実験装置と実験方法

弾速測定用実験装置のブロック図を図 4 に示す。空気溜部を取り外して弾をセットする。空気溜部に所定の圧力

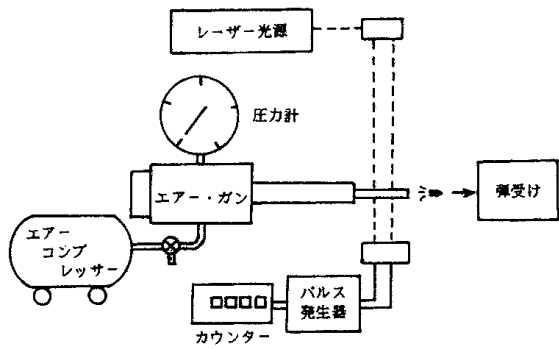


図-4 弾速測定装置のブロック図

の空気を溜めた後引き金を引き抜けば弾は発射される。

弾の速度は、銃身の先端に設けた 50mm 間隔の孔を通る 2 本のレーザー光線を弾が切断する時間間隔 T(sec) の測定値から次式を使って求めた。

$$v = 50 \times 10^{-3} / T \text{ (m/s)}$$

時間間隔 T はタイムカウンターにより測定する。時間間隔測定には必ずしもレーザー光線を使う必要はない。

今回は手元にこの測定装置があったのでこれを使用した。むしろ高速フォトインタラプター (光センサー) を使用した方がよい。

## 2 実験結果

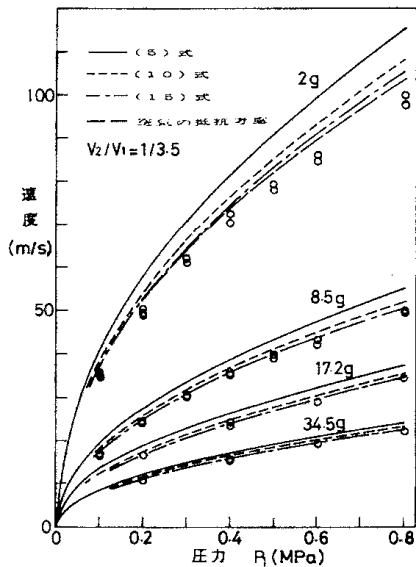


図-5 弾速測定結果と理論曲線

得られた実験結果を理論曲線と同時に図 5 に示す。この結果は各近似計算間の違いを誇張するためにエアガンに溜めた空気に詰め物をして体積を減らし、 $V_2/V_1$  の値を  $1/3.5$  とした場合のものである。

実験結果は、弾が測定区間 50mm を通過する間の平均速度である。従って理論計算でもその区間の平均速度を求めている。また弾の長さによって圧縮空気から弾が受ける力の持続時間が変化するのでその点も考慮に入れて計

算している。

結果は弾の速度がほぼ 50m/s 以下では第 3 近似とよく一致することを示している。弾の速度が速くなると(弾の質量が小さい場合) 実験値と計算値との間の差が大きくなっている。それが空気抵抗の影響にあるとして、その影響の大きさを近似的に求めた。その結果も図 5 にプロットしている。多少実験値に近づいているのが見られる。この近似計算方法については考察の所で述べる。

## V エアガン利用例

具体的な衝撃実験例として、4 種の材料の細い棒の一端に、製作したエアガンを用いて衝撃を与え、弾性波のパルスを発生させ、そのパルスの伝播速度 ( $C = (E/\rho)^{1/2}$ ) をデジタル・メモリーにより測定した。その結果から式  $E_d = C^2 \rho$  を使って動的弾性率  $E_d$  を求めた。

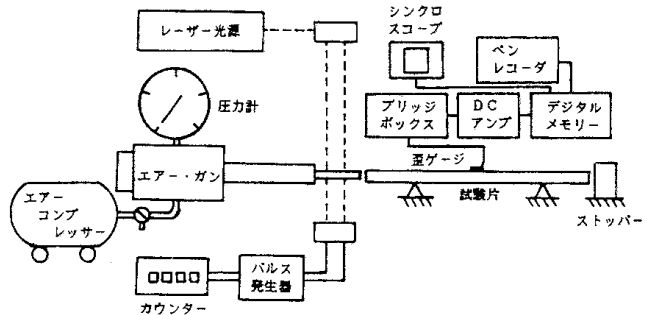


図-6 衝撃実験装置のブロック図

測定装置のブロック図を図 6 に示す。試験片である細い棒は図 6 に示すように 2 カ所で支えている。支え方は、

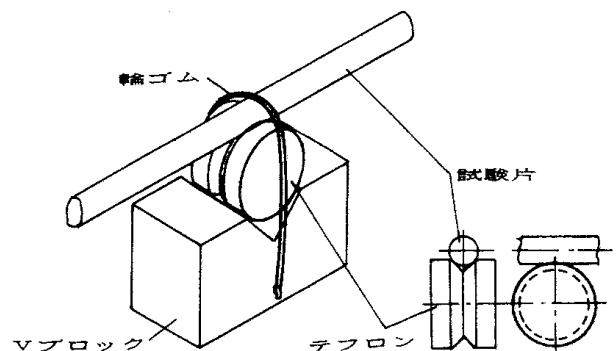


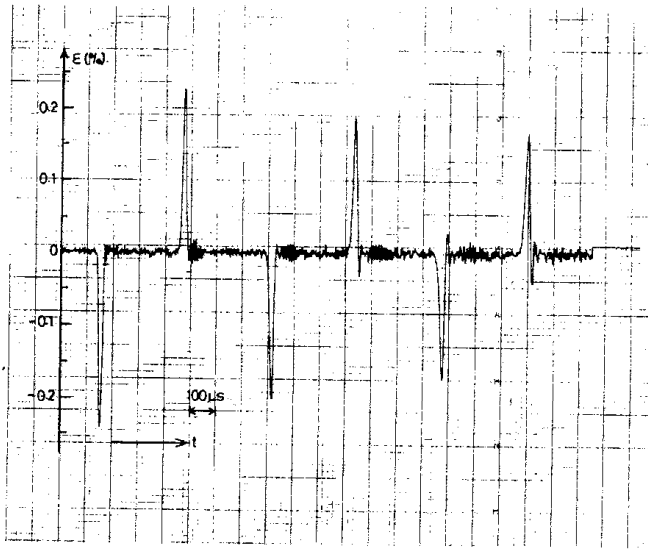
図-7 試験片支持方法

図 7 に示すように V ブロックの上に置かれた V 溝を持つテフロン製(あるいはデルリン製)のリングの上に乗せ、輪ゴムで軽く押えているだけである。

弾性波は棒の中心に貼った歪ゲージ (ゲージ・長さ 2mm のフォイルゲージ) により検出した。

デジタル・メモリーで記憶したデータをレコーダに出

力して得た弾性波のパルスの測定例を図8に示す。横軸が



図一 8 弾性波の記録例(黄銅) 弾の長さ  $l=40\text{mm}$

時間で縦軸が歪である。この記録は試験片が黄銅棒の場合のものである。この記録の上側のパルスは引っ張り応力のパルスであり、下側のパルスは圧縮応力のパルスである。棒の両端は自由端である(弾の直径<棒の直径であるため、パルスが衝撃端に戻ってきた時は、弾はすでに跳ね返っており衝撃端は自由端になっている)のでそこで反射するパルスは符号を反転する。その様子をこの記録からはっきり見て取ることができる。同符号のパルス間の時間を求め、棒の長さの2倍をその時間で割ることにより弾性波の速度を求めることができる。この速度は再現性良く、しかも精度よく求めることができる。

各試験片について測定した弾性波の速度および、それ

材料	直径 (mm)	長さ (m)	密度 $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	弾性波の速度 $C$ (m/s)	動的弾性率 $E_d$ (GPa)	静的弾性率 $E_s$ (GPa)
鋼	8.1	1.502	* 7800	5040	198	182
アルミニウム	8.1	1.000	* 2700	4919	65	64
黄銅	8.0	1.002	* 8600	3036	79	76
アクリル	10.2	1.005	1220	2177	5.8	3.9

\*印は物理定数表からの値

表一 1 試験片材料と測定結果

から算出した動的弾性率を表1に示す。この表には比較のために静的弾性率の測定結果も加えてある。黄銅の場合の弾性率だけは物理定数表に出ているもの ( $E_s = 103 \text{ GPa}$ )との差が著しく大きい。この実験で使用した黄銅棒の成分が一般にいう黄銅材(7-3黄銅、あるいは6-4黄銅)と何か違いがあるためと考えられる。

## VI 考 察

### 1 エアークンの性能および実験に関する考察

製作したエアークンは性能的に満足するものであった。弾の速度の実測値は、弾の質量が2gの場合(最小)を除いて第3近似の理論計算値とよく一致しているといえる。従ってエアークンにとって断熱膨張の仮定が最も適していることがわかる。弾の質量が最小の場合に比較的大きなずれが見られたが、その原因が空気の抵抗にあると考え、その影響を近似的に計算してみた。考え方は、弾の前方の銃身内にある空気(質量約0.02g)が弾と同じ加速度を受け、その反力が弾の速度を遅くするというものである。この考え方で計算した結果、空気の抵抗により減速される速度を  $v_r$  (m/s) とすると、

$$v_r = \frac{m_a}{m_b} v$$

となる。ここで各記号は次の通りである。

$m_a$  : 空気の質量 (約 0.02 g)

$m_b$  : 弾の質量

$v$  : 理論速度 (m/s)

この式から  $m_a/m_b$  が小さい場合は影響が小さくなることが分かる。この実験では  $m_b = 2\text{g}$  の場合でしかも  $v > 50\text{m/s}$  になると影響が目だってくる。その他の場合は無視できるほど小さい。図5に空気抵抗の影響を考慮した曲線が加えてある。それでもなお高速になると実験値の方が僅かに小さくなっている。この原因として弾と銃身間の摩擦が考えられる。この摩擦は他の大きな質量の場合にも考えられる。むしろ質量が大きいと弾の長さが大きくなり摩擦力も大きくなるはずである。しかし現実には弾の質量の大きい方が理論とよく一致している。弾の直径を小さくして銃身との間隙を大きくするとかえって速度が小さくなることは実験で確かめられている。弾と銃身とのあいだの僅かな隙間を通して弾よりも先んじる空気のために摩擦が減じられるということが考えられる。この考えによると、むしろ短くて質量の小さな弾の場合、速度を減じる主たる要因が、摩擦よりも空気の漏れにあるといった方がよいようである。しかしこの点に関してはきちんと確認する必要がある。

動的弾性率の測定値は再現性もよく信頼のおける値である。比較のための静的弾性率は物理定数表から求めたものでは値が違いすぎる場合があったので、すべて実測を行った。金属では静的、動的両者の弾性率にあまり差がなく、プラスチックの場合差が大きいという、常識的結果

が得られている。なお密度については、プラスチックの場合物理定数表に出ていないため実測したが、金属の場合物理定数表の値を使っている。黄銅棒については実測してみたが実験誤差と思われる程度以上の差が認められなかったため、その他の金属についても物理定数表の値を使った。

2 衝撃問題教育への利用面における考察

ここで行った内容の実験を通して以下のことが教育の対象になり得る。

- A：材料による弾性波の速度の違いを直接測定できる。
- B：測定した弾性波の速度から材料の動的弾性率を求めることができる。その結果から、材料により静的弾性率と動的弾性率の比が異なること、それが材料の内部摩擦の大きさと関係あることを理解させることができる。
- C：図 8 に示すような弾性波の実測から、そのパルスのピークをプロットした減衰曲線を得ることができ、それから次に定義する材料の内部摩擦  $\alpha$  を求めることができる。パルスの波長が変化しないとすると

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 e^{-\alpha X} \text{ と定義される。これより}$$

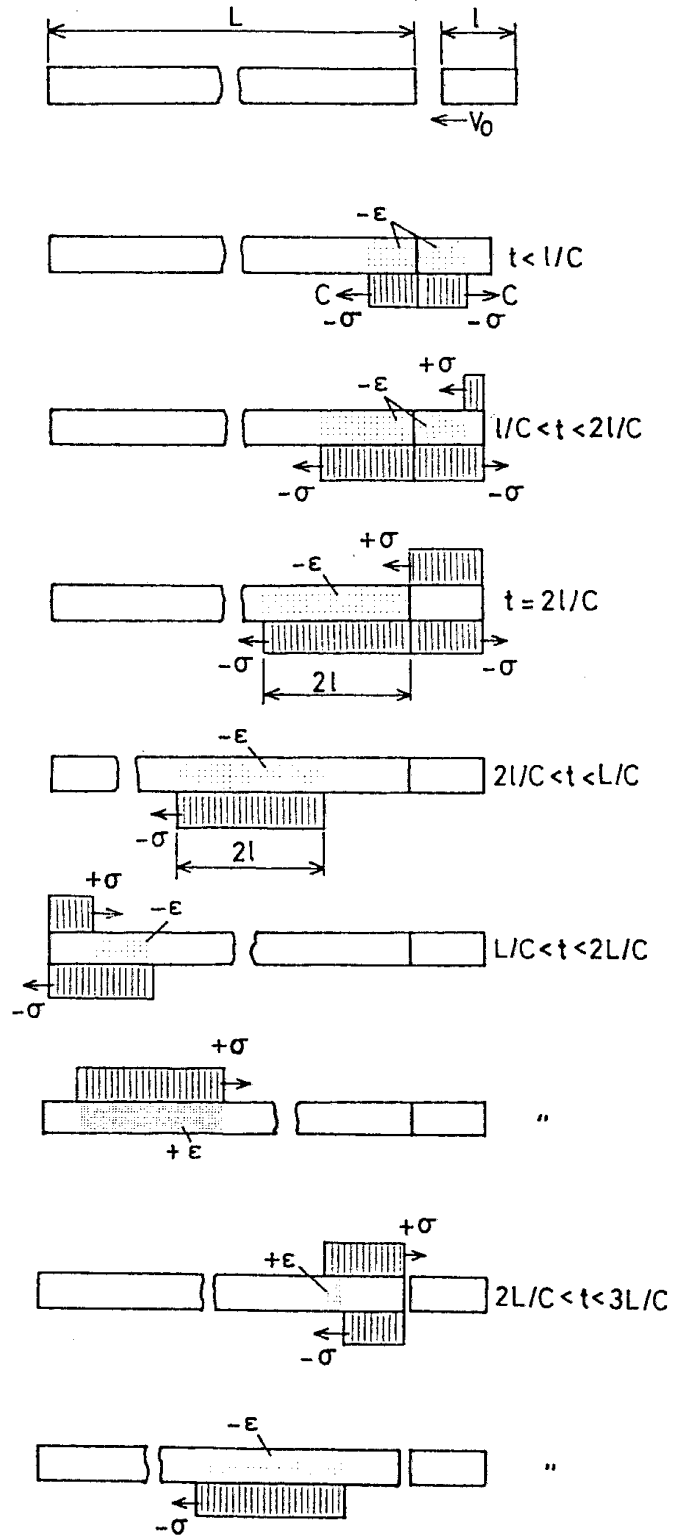
$$\alpha = \frac{2}{X} \ln \left( \frac{\sigma_0}{\sigma} \right)$$

となる。 $\sigma_0$ 、 $\sigma$  はパルスを応力で表した初期振幅、および距離  $X$  伝播したときの振幅である。即ち  $\alpha$  は、パルスが単位距離伝播したときのエネルギー損失である。現実にはパルスの波長は伝播していくうちに変化する（長くなる）。その場合は応力の振幅比は使えないから直接パルスのエネルギー比としなければならない。即ち

$$\alpha = \frac{1}{X} \ln \left( \frac{E_{n0}}{E_n} \right)$$

である。この実験で得られた相次ぐ同一符号のパルスのエネルギーを  $E_{n0}$ 、 $E_n$  とすると  $X$  は  $2L$  となる。 $E_{n0}$ 、 $E_n$  は歪～時間で表されたパルス（レコーダからの実測）を歪の 2 乗～波長の形にしたものの面積である。図 8 の例では  $\alpha \approx 0.05$  (1/m) となる。

D：衝撃速度と発生する弾性波の大きさ（振幅）との関係および、パルスの波長と弾の長さとの関係を直接測定することができる。



図一 9 弾性波の発生と伝播

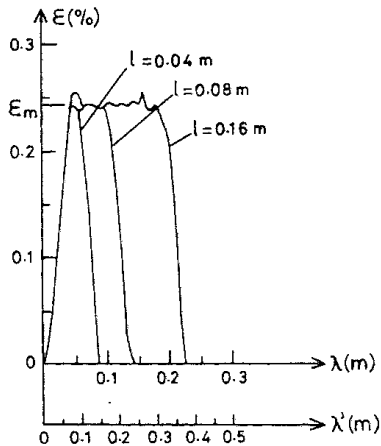
図9に衝撃速度と弾性波の大きさとの関係、弾の長さ  
と弾性波の波長との関係、自由端での反射の仕方を略図  
で示している。これは同一材料、同一断面積の場合であ  
る。したがって図中の  $t=2l/C$  以降では、弾は跳ね返ら  
ずに静止状態になる（詳しくは参考書『衝撃工学』14頁を  
参照）。しかしこの状態であっても、棒の衝撃端は弾性波  
がそこに反射してきたときに自由端とみなすことができ  
る。さきに述べたように一般には、弾の直径<棒の直径で  
あれば弾は跳ね返る。この図中の記号の説明を以下に示  
す。

$\sigma = \rho C v / 2$  : 応力、  $\rho$  : 密度、  $v$  : 弾の速度

$v/2$  : 弾および棒の物質速度(両者の材質、断面積が  
同じであれば弾の速度の半分になる)

$\epsilon = (v/2) / C = \sigma / E_d$  : 歪、  $E_d$  : 動的弾性率

$C = (E_d / \rho)^{1/2}$  : 弾性波の速度、  $t$  : 時間



図一〇 弾の長さによる弾性波長の変化の実測例(黄銅)  
 $\lambda$ は実測波長、 $\lambda'$ は弾と同一材料に補正した波長

図10に黄銅棒についての実測値からトレースしたパル  
スを、波長～歪の形で示す。このパルスは最初に歪ゲージ  
に到達した弾性波(先頭波)であるので圧縮波であり負で  
あるが正にして示している。弾の長さは  $l = 40, 80, 160$   
mm であるが、弾(鋼製)と棒の材質が異なるためパルスの  
波長は図9に示すように  $2l$  にはなっていない。弾の弾性  
波の速度を  $C$ 、棒の弾性波の速度、波長を  $C_2$ 、 $\lambda$  とする  
と、補正したパルスの波長  $\lambda'$  は

$$\lambda' = \lambda \frac{C}{C_2}$$

となる。この補正をした目盛りも図に示しているが、この  
目盛りでみると  $2l$  とほぼ一致することが分かる。

また図中の  $\epsilon_m$  の実測値は、式  $\sigma_A = E_d \epsilon_m$  を使って応力  
に換算することができる。その値は、実測した弾性波の速  
度  $C_2$ 、および弾の速度  $v$  から、式  $\sigma_B = \rho_2 C_2 v_2$  を使っ

て求めた値と直接比較することができる。

ここで弾と棒の材質、断面積が等しければ  $v_2 = v/2$   
となるが、それらが異なる場合は

$$v_2 = \frac{A_1 \rho_1 C_1}{A_1 \rho_1 C_1 + A_2 \rho_2 C_2}$$

となる。ここで添字がないものは弾の値を、添字 2 の付  
いたものは棒の値を示す。

図10の例では  $\sigma_A / \sigma_B = 188 / 175$  となった。

E : 以上の他に、この実験で得られたデータにフーリエ  
変換を適用することにより、材料特性(弾性率や固体粘性  
等)の振動数依存性も求めることができる。

## VII まとめ

衝撃問題の教材用として、また衝撃実験の負荷装置と  
して簡単なエア・ガンを設計製作した。そして、安価な  
物にも関わらず予期した通りの性能が得られた。

その実際の利用例から衝撃問題の教育用として十分適  
用できることを示した。

問題は付属の計測機器として、最高サンプリング速度  
が  $1\mu s$  以上のデジタル記憶測定器、100KHz 以上の高速  
直流アンプが必要であることである。しかし、これらは現  
在ではどの職訓短大でも所有している必要がある機器と  
いえよう。

また衝撃問題において、あるいは静的の場合であって  
も、応力を可視化できる光弾性実験装置を併用すること  
によりさらに効果的になることは明かである。

最後に、卒業研究としてこのエア・ガンの設計製作、  
実験に協力してくれた自動車科の卒業研究生、椎本勝利、  
松井武、吉田仁の諸君に感謝の意を表します。

## VIII 参考書

1. kolsky, H., "Stress Waves in Solids"  
Dover, 1963
2. 飯田修一 他, "物理定数表", 朝倉書店
3. Johnson, W., "Impact Strength of Materials"  
Edward Arnold, 1972
4. 谷下市松 監修, "図解熱力学の学び方", オーム社
5. 中原一郎, "応用弾性学", 実教出版
6. 林 卓夫 他, "衝撃工学", 日刊工業新聞社