

報 文

磁場の作用下における磁性流体液滴の挙動に関する研究

千葉職業訓練短期大学校 成田校 石橋 幸男

A study on the Behavior of Ferrofluid Drops in a Magnetic Field

Yukio Ishibashi

要 約 磁性流体は水やケロシンなどの溶媒中に直径約10nm程度のニッケル、マグネタイト、コバルト等の強磁性微粒子を界面活性剤を用い安定分散させたコロイド溶液である。この流体は分散性にすぐれ、重力や遠心力の作用下でも凝集、沈殿または分離が生じることなく、見掛け上液体自身が強い磁性を有するかのような挙動を示す。磁性流体のこのような特性を利用した応用技術開発が機械、電気、化学、情報工学および医学などの各分野で活発に行なわれている。磁性流体はその磁氣的性質を利用して液滴を容易に制御できるので、インクジェットプリンタのインクとして使用されている。これまで磁性インクは液滴の方向制御に関連して用いられることが多かった。しかし、磁性流体の液滴生成に関する研究は理論的にも実験的にもほとんどなされていない。そこで本研究では細管ノズル先端に非一様磁場を印加させて極めて規則的に液滴が放出される均一液滴領域での液滴の生成および挙動を高速度カメラで撮影し、さらに液滴生成の周期、液滴径について調べた。

液滴生成の周期は磁気体積力が大きいほど短く、これが一定ならば背圧が低いほど少し長くなっている。液滴径は磁気体積力が大きく、濃度が高いほど小さくなる。そして次元解析および理論解析的考察により、これらの現象を支配する諸因子の関係を明らかにした。

1. 緒 言

磁性流体は水やケロシンなどの溶媒中に直径約10nm程度のニッケル、マグネタイト、コバルト等の強磁性微粒子を界面活性剤を用い安定分散させたコロイド溶液である。この流体は分散性にすぐれ、重力や遠心力の作用下でも凝集、沈殿または固液分離が生じることなく、見掛け上液体自身が強い磁性を有するかのような挙動を示す。磁性流体のこのような特性を利用した応用技術開発が機械、電気、化学、情報工学および医学などの各分野で活発に行なわれている。特に情報工学の発展に伴い、コンピュータやワードプロセッサシステムの出力装置であるインクジェットプリンタのインクに磁性流体が使用されているが、しかしこれまで磁性インクはその磁氣的性質を利用しての液滴の方向制御に関連するものが多かった^{(1)~(4)}。これ以外には

著者らの知るかぎり下間ら⁽⁵⁾のノズルを用いることなく磁性流体表面に波状の隆起を形成させ、その先端部にクローン力を作用させて液滴を飛ばそうさせている。須藤ら⁽⁶⁾は平板上に存在する磁性流体液滴が外部からの磁場を受けたときの挙動を調べており、後藤ら⁽⁷⁾は一様磁場中おかれた、一個の磁性流体液滴が磁場の作用を受けると、磁場方向に伸長し、それに直角方向に縮んだ形の変形について数値解析を行なっている程度である。そこで本研究では細管ノズル先端に非一様磁場を印加させて極めて規則的に液滴が放出される均一液滴領域での液滴の生成および挙動を高速度カメラで撮影し、さらに液滴生成の周期、液滴径について調べるとともに次元解析および理論的に説明すべく解析を行って、液滴生成の周期に大きく影響する因子を明らかにする。

2. 主な使用記号

- a : 体積等価半径
 a_0 : ノズルの半径
 a_n : n 次モードの径
 B : 磁束密度
 D : 液滴径
 d : ノズル内径 $= 2a_0$
 dx : 長径 (磁場方向の径)
 dy : 短径 (磁場と垂直な方向)
 e : 変形速度テンソル
 F : 磁気体積力
 g : 重力加速度
 H : 磁場の強さ
 I : 単位テンソル
 K : 運動エネルギー
 l_n : ノズルの長さ
 \overline{M} : 平均磁化強さ
 n : 次数
 P : 圧力
 P_s : 磁化による磁束密度 $= \mu_0 \overline{M}$
 P_n : ルジャンドル関数
 Q : 流量
 Re : レイノルズ数
 r : 液滴モード半径
 T : テンソル
 t : 周期
 t^* : 無次元周期
 U : ポテンシャルエネルギー
 V : 体積
 We : ウェーバ数
 X : ノズル先端と電磁石の距離
 β : 定数
 η : 粘度
 Λ : 体積力
 ν : 動粘度
 ρ : 密度
 σ : 表面張力
 τ_n : n 次の理論周期
 Φ : 散逸関数

ϕ : ポテンシャル

3. 実験装置および実験方法

実験装置の概略を図1に示す。装置は液体供給部、圧力部、磁場作用部、ヘッド部および測定部より構成されている。供給磁性流体は圧さく空気 {3.9~8.8 kPa 程度に加圧 (ゲージ圧)} により液体タンクからノズルに供給される。磁性流体に磁場を印加すると、磁性流体はメニスカスを大きく形成し、電磁石のほうに引かれる。細管ノズルはガラス製で管径 $d = 120$ 、 $210 \mu\text{m}$ で長さ $l_n = 160\text{mm}$ である。またノズル先端と電磁石の距離 X は $0 \sim 8\text{mm}$ まで連続的に変えることができる。実験に使用した電磁石は全長 65mm 、磁極径 50mm のソレノイドコイルであり、電源には定電流電源を用い、磁束密度 B は約 0.16T まで連続的に変えることができる。磁束密度はホール効果を利用したガウスメータによって測定した。磁束密度分布を図2に示す。流量 Q は非常に少ないため、本実験では液体を加圧する部分に流量測定用細管 (0.0005ml ごとに目盛が刻まれている) を用い、細管内の液体の減少量を測定することによって流量を求めた。この場合、流量測定用細管はノズルと同じ高さにしてある。また測定した流量と周期体積/周期が一致していることを確かめてある。周期の測定は液滴の飛しょうする空間に 2mm の間隔を持った幅 0.5mm の2本の平行光線をはり、液滴がその光を横切の際にフォトトランジスタが感知し周波数カウンタにて直接測定する方法を用いた。その際オシロスコープを使用して液滴発生が規則的であることを常に確認した。液滴径の測定はカメラにペローズを取付け、液滴の飛しょうとストロボ発光を同期させて、液滴が止まっているように見えるとき撮影したものから読取った。液滴は球であるより、だ円体として写っていることが多いために、体積等価径 D を液滴径に選ぶことにした。すなわち長径 dx 、短径 dy を測定し $D = (dx \cdot dy^2)^{1/3}$ より求めた。さらに、液滴の生成および飛しょうなどを詳細に調べるために高速カメラを用いて撮影を行った。供試磁性流体は蒸留水で重量濃度 5.6% 、 10.3% 、 13.2% 、 16.6% 、 22.5% に希釈した

表 1 磁性流体の物性値

Base liquid	Concentration of Ferrofluid ϕ (wt%)	Density ρ (Kg/m ³)	Surface tension σ (N/m)	Kinematic viscosity ν (m ² /s)
Water	5.6 %	1.047x10 ³	3.777x10 ⁻²	1.550x10 ⁻⁶
	10.3 %	1.089x10 ³	3.679x10 ⁻²	1.681x10 ⁻⁶
	13.2 %	1.115x10 ³	3.528x10 ⁻²	2.102x10 ⁻⁶
	16.6 %	1.144x10 ³	3.327x10 ⁻²	2.810x10 ⁻⁶
	22.5 %	1.195x10 ³	3.271x10 ⁻²	3.880x10 ⁻⁶
Kerosine	11.8 %	0.880x10 ³	2.540x10 ⁻²	2.210x10 ⁻⁶

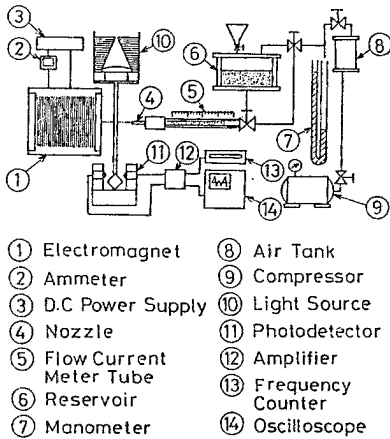


図 1 実験装置概略図

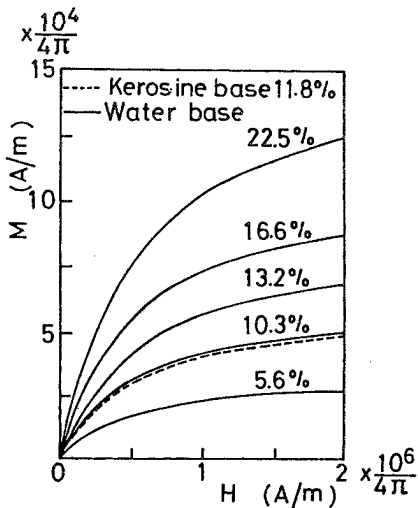


図 3 磁性流体の磁化曲線

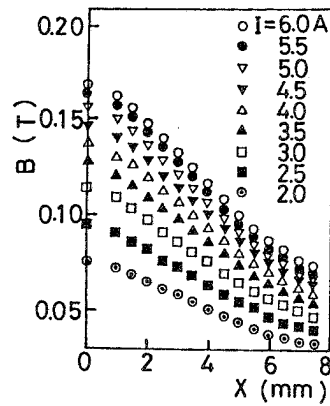
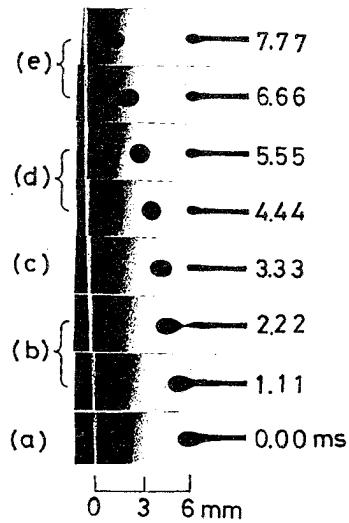


図 2 磁束密度分布曲線



($\phi=16.6\%$, $B=0.163$ T, $d=120\mu\text{m}$, $X=6\text{mm}$, $P=8.8$ kpa)

図 4 液滴生成状態

ものと、ケロシンベース11.8%の6種類である。いずれも磁性微粒子は同一のマグネタイトを使用している。これら液体の密度、表面張力、動粘度などの物性値を表1に、また磁化曲線を図3に示す。なお実験中、液温を一定(13°C)に保つように注意した。

4. 実験結果および考察

4-1 液滴の生成

図4はノズル径 $d=120\mu\text{m}$ 、電磁石-ノズル先端間の距離6mmの場合における液滴生成を高速カメラで撮影したものである。この場合の背圧8.8kPa、磁性流体16.6%、印加磁場は0.163Tである。図4(a)ノズル先端においてメニスカスを生成し、やがてノズル径より大きな円体へと成長していく。図4(b)メニスカスの成長がある程度行われると、ノズル先端とメニスカスの間にくびれが生じてくる。図4(c)くびれが糸をひき、ちぎれて1個の独立した円体の液滴が形成される。図4(d)液滴のくびれがとれ、急速に球形となる。図4(f)液滴が磁場に近づくと再び円体となって飛しようする。このような連続的の写真により、ひとつの液滴の飛しようは前後に振動を伴い電磁石の方向に加速されているのがわかる。しかし、液滴はノズルと電磁石の中心を結んだ軸を対称軸とした回転円体である。

4-2 磁気体積力

励磁電流 $I=6\text{A}$ で磁性流体の濃度 ϕ を変化させた場合における電磁石-ノズル先端間の距離と単位体積当たりの流体に働く磁気体積力 $F = |\mu(M \cdot \nabla)H|$ の関係を図5に示す。この図より濃度が大きく、距離が小さいほど磁気体積力は大きくなっていることがわかる。また励磁電流が大きいくほど磁気体積力も大きくなっていることを確認している。液滴を写真などで調べた結果ノズル先端を電磁石に近づけると液滴は十分に成長できない。よって、3mmを最小距離として、重力の影響を無視できる6mmを最大距離にとった。図6、図7は磁気体積力 F と液滴生成周期 t 、液滴径 D の関係を電磁石とノズル先端間距離 $X=3, 4.5, 6\text{mm}$

について調べた結果である。これらからいずれの場合でも距離 X による違いはあまり見られない。そして、 F に応じて直径が定まる液滴が安定して得られる。

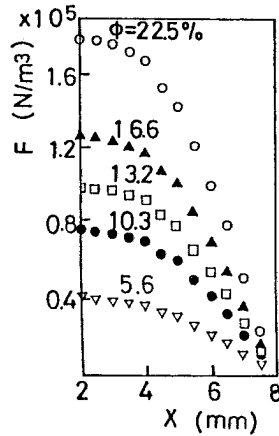
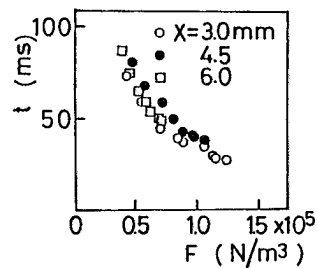
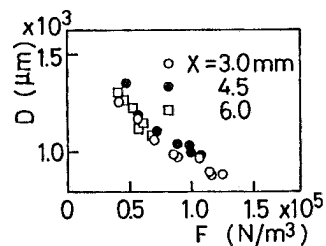


図5 磁気体積力 ($I=6\text{A}$)



($\phi=16.6\%$, $P=8.8\text{kPa}$, $d=210\mu\text{m}$)

図6 周期-磁気体積力



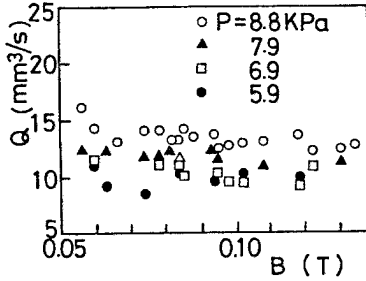
($\phi=16.6\%$, $P=8.8\text{kPa}$, $d=210\mu\text{m}$)

図7 液滴径-磁気体積力

4-3 流量

図8は磁性流体濃度、ノズル径を一定に保ち、背圧を変化させたときの磁束密度 B と流量 Q の関係を示

したものである。図8より、背圧が一定であるならば磁場の強さにかかわらず流量はほぼ一定値を取っている。また背圧が大きいほど流量も大きくなっている。なお濃度と流量については、濃度が大きいほど流量は小さくなっていることを確認している。

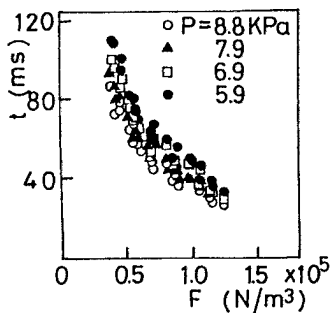


($\phi = 16.6\%$, $d = 210 \mu\text{m}$, $X = 3.0, 4.5, 6.0\text{mm}$)

図8 流量-磁束密度

4-4 周期の特性

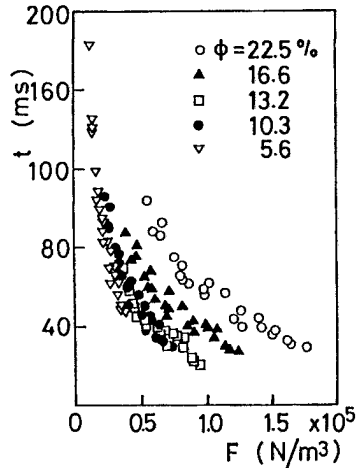
濃度16.6%の磁性流体用い、ノズル径 $d = 210 \mu\text{m}$ 一定で背圧を変えた場合における磁気体積力 F と周期 t の関係を図9に示す。この図より磁気体積力が一定であるならば背圧が低いほど周期は少し長くなっており、磁気体積力が大きくなるにつれて短くなっていることがわかる。図10は背圧 $P = 8.8 \text{ kPa}$ 、ノズル径 $d = 210 \mu\text{m}$ の場合、濃度をパラメータとしたときの磁気体積力と周期の関係を示す。一定の磁気体積力に対して濃度の大きいほど周期が長くなっていることがわかる。さらに背圧 $P = 5.9 \text{ kPa}$ 、ノズル径 $d = 120 \mu\text{m}$ の場合、ほぼ同じ値の磁化曲線を示す (図3参照) 水ベース10.3%とケロシンベース11.8%に対する磁



($\phi = 16.6\%$, $d = 210 \mu\text{m}$, $X = 3.0, 4.5, 6.0\text{mm}$)

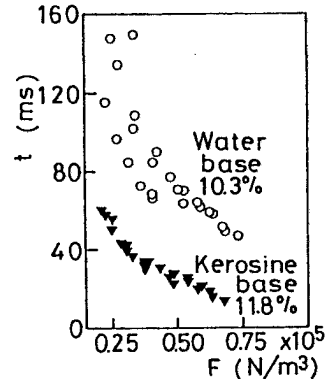
図9 周期-磁気体積力

気体積力と周期の関係を図11に示す。ケロシンベースも水ベースと同様に磁気体積力が大きくなると、周期は減少していくことがわかる。そして水ベースよりケロシンベースのほうが周期は短くなっている。これは主として表面張力の大きさの相違が原因であると思われる。図12はノズル径 ($d = 210, 120 \mu\text{m}$) が周期に及ぼす影響を比較したものである。この図から径の大きいほうが、周期は短くなっている。大きな管径ほど摩擦抵抗が小さくなるためであると考えられる。



($P = 8.8 \text{ kPa}$, $d = 210 \mu\text{m}$, $X = 3.0, 4.5, 6.0\text{mm}$)

図10 各濃度磁性流体における周期-磁気体積力

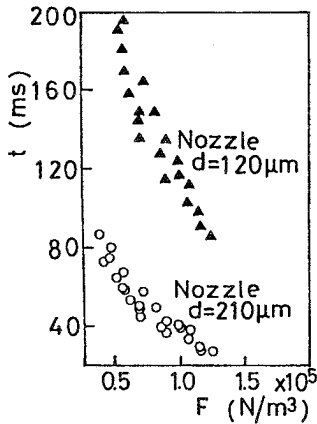


($P = 8.8 \text{ kPa}$, $d = 210 \mu\text{m}$, $X = 3.0, 4.5, 6.0\text{mm}$)

図11 ケロシンベースおよび水ベース磁性流体の周期比較

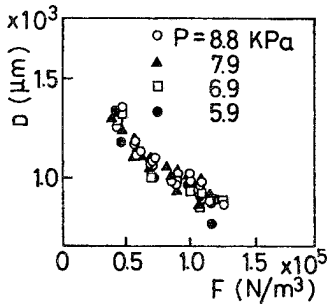
4-5 液滴径の特性

磁性流体16.6%を用い、ノズル径 $d = 210 \mu\text{m}$ を一定とし、背圧を変えた場合における磁気体積力 F と液



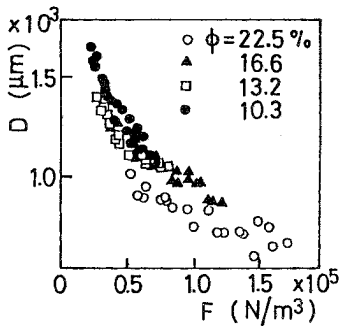
($\phi = 16.6\%$, $P = 8.8 \text{ kPa}$, $X = 3.0, 4.5, 6.0 \text{ mm}$)

図12 ノズル径の異なる場合の周期比較



($\phi = 16.6\%$, $D = 210 \mu\text{m}$, $X = 3.0, 4.5, 6.0 \text{ mm}$)

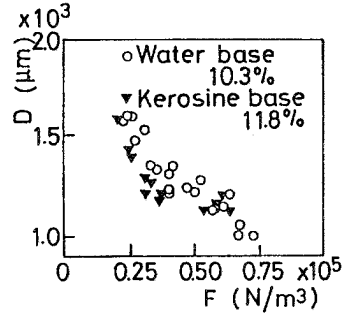
図13 液滴径-磁気体積力



($P = 8.8 \text{ kPa}$, $d = 210 \mu\text{m}$, $X = 3.0, 4.5, 6.0 \text{ mm}$)

図14 各濃度磁性流体における液滴径

滴径 D の関係を図13に示す。磁気体積力が大きくなるほど液滴径は小さくなる傾向にある。また背圧の影響はあまり受けていないようである。図14は背圧を一定とし液滴径 D と磁気体積力 F の関係を磁性流体の濃



($P = 5.9 \text{ kPa}$, $d = 210 \mu\text{m}$, $X = 3.0, 4.5, 6.0 \text{ mm}$)

図15 ケロシンベースおよび水ベース磁性流体の液滴径比較

度 $\phi = 10.3, 13.2, 16.6, 22.5\%$ のそれぞれについて求めた結果を示す。同図より液滴径は一定の磁気体積力に対して濃度が大きいほど小さくなっていることがわかる。また磁気体積力が大きいほど液滴径は小さくなっている。図15は背圧 (5.9kPa) 一定とし、磁気体積力と液滴径の関係を異なった磁性流体を用いて、比較したものである。これよりケロシンベース、水ベースでの液滴径の違いはそれほど明確には見られない、さて、ノズル出口端での液滴面には大気圧、表面張力による力と摩擦力などの力 (−) と背圧、磁気体積などによる力 (+) が作用して平衡状態にあると考えられる。ところで力 (−) はだいたい一定と考えられるので、単位体積当たりの力である。磁気体積力が大きくなれば力 (−) と釣り合うために液滴体積、すなわち液滴径が小さくならなければならないことになる。したがって液滴径は磁気体積力の増加につれて減少することになる。一方においてベース液体、ノズル径、背圧、濃度一定ならば流量はほぼ一定であるから、液滴径が小さくなれば周期は短くなる。

5. 解析

5-1 次元解析

実験結果を整理するにあたり、まず以下のような次元解析的考察を行う。液滴の周期 t を支配する物理量としてノズル径 d 、磁性流体の密度 ρ 、粘度 η 、表面張力 σ 、磁化による磁束密度 $P_s = \mu_0 \overline{M}$ 、印加磁場の強さ H 、管内平均流速 V_a の7つを選ぶ、ここで \overline{M}

は平均磁化強さ、 μ_0 は真空中の透磁率を示す。よって、次式が成立する。

$$f_1(t, d, \rho, \eta, \sigma, P_s, H, V_n) = 0 \quad \dots\dots (1)$$

ここで Buckingham の π 定理を用いれば、次の四つの無次元数が得られる。すなわち

$$t^* = \frac{t v_n}{d}$$

$$Nm = \frac{P_s Hd}{\sigma} = \frac{\mu_0 M Hd}{\sigma} \propto \frac{\text{磁気体積力}}{\text{表面張力による力}}$$

$$We = V_n \sqrt{\frac{\rho d}{\sigma}} \propto \sqrt{\frac{\text{慣性力}}{\text{表面張力による力}}}$$

$$Re = \frac{\rho V_n d}{\eta} \propto \frac{\text{慣性力}}{\text{粘性力}}$$

ここで、 We 、 Re はそれぞれウェーバ数、レイノルズ数を示す。よって無次元周期 t^* は

$$t^* = f_2(Nm, We, Re) \quad \dots\dots (2)$$

と書き表すことができる。図16は液滴の無次元周期 t^* を整理した結果を示し、これより

$$t^* = 860 Re^{0.11} We^{0.29} Nm^{-0.98} \quad \dots\dots (3)$$

なる実験式を得る。

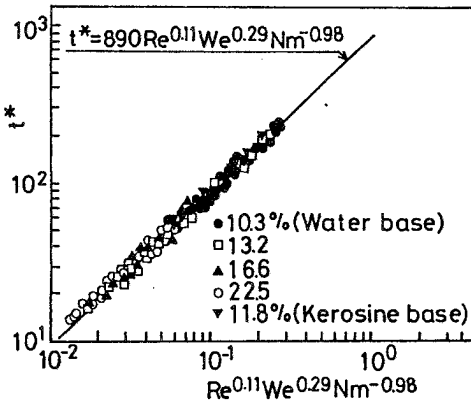


図16 $t^* = R_n^{0.11} \cdot We_n^{0.29} \cdot N_m^{-0.98}$

5-2 理論解析

磁性流体の液滴の生成については写真撮影などの観察より重力による雨だれの滴下現象と類似していることを示す。そこで液滴生成の周期に関わる全エネルギーを算出し、ラグランジュの運動方程式から振動系の方

程式を求め、理論的に周期を導く。

(1) 速度ポテンシャル及び液滴モードモデル

メニスカスの形状が図17のような球形であるとし、座標系に球座標を選ぶ、また液滴は重力の影響を受けずに生成され、流れ方向に軸対称 ($\partial/\partial\phi = 0$) であるとする。メニスカス生成の流体の流れは非圧縮で渦無し流れであると仮定すれば速度ポテンシャル ϕ は次式を満たす。

$$\Delta\phi = 0 \quad \dots\dots (4)$$

ここで $\phi = R(r) \omega(\mu)$ 、($\mu = \cos\theta$) とおき

$$R(r) = \sum_{n=1}^{\infty} r^n, \quad \omega(\mu) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(\mu) \text{ と解を}$$

選べば、速度ポテンシャル ϕ は次式の様に定義できる⁽⁸⁾。

$$\begin{aligned} \phi &= \beta_0 + \beta_1 r P_1(\mu) + \dots + \beta_n r^n \\ &\times P_n(\mu) + \dots \\ &= \beta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n r^n P_n(\mu) \quad \dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで $\beta_0 \sim \beta_n = \text{const}$ 、 p_n : n 次のルジャンドル多項式

ここで液滴のモード変化を r で表すとして、そのモデルを上式に準らえて次式の様におく

$$\begin{aligned} r &= a_0 + a_1 P_1(\mu) + \dots + a_n P_n(\mu) + \dots \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n P_n(\mu) \quad \dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで a_0 : ノズル半径

$$a_n(t), a_n > a_n \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

すなわち液滴のモード変化は a_n によって時間と共に変化すると考えてよい。したがって、モード変形の運

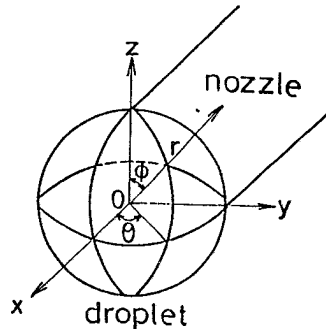


図17 極座標軸

動方程式は a_n に対する運動方程式を求めることになる。

(2) 運動エネルギー

非圧縮性で渦無し流れを考えると、流体の運動エネルギー $K^{(9)}$ は

$$K = \frac{\rho}{2} \iiint_V (\text{grad } \phi)^2 dV \quad \dots\dots (7)$$

と与えられる。式(5)を式(7)に代入し、変形すると

$$K = 2 \pi \rho \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^2 \frac{n}{2n+1} a^{2n+1} \quad \dots\dots (8)$$

となる。ここで式(6)を時間 t で微分すると

$$\dot{r} = V_r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{da_n}{dt} P_n \quad \dots\dots (9)$$

を得る。また式(5)より

$$V_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n n r^{n-1} P_n \quad \dots\dots (10)$$

となる。式(9)と式(10)は等価とおけるから、

$r = a$ の際の da_n/dt は

$$\frac{da_n}{dt} = \beta_n n a^{n-1} \quad \dots\dots (11)$$

と変形できる。したがって運動エネルギー K は

$$K = 2 \pi \rho a^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)n} \left(\frac{da_n}{dt} \right)^2 \quad \dots\dots (12)$$

となる。

(3) ポテンシャルエネルギー

磁性流体の応力テンソルは次式で与えられる⁽¹⁰⁾。

$$T_m = - \left\{ P(\rho, T) + \int_0^H \mu_0 \left[\frac{\partial (VM)}{\partial v} \right]_{HT} dH + \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \right\} I + BH \quad \dots\dots (13)$$

いま液滴生成の際、磁場の作用下で磁場空間内のテンソル T_n と磁性流体内のテンソル T_m を考えると

$$n \cdot (T_n - T_m) = [P + \mu_0 \overline{MH}_n + \frac{1}{2} \mu_0 M_n^2] n \quad \dots\dots (14)$$

という相互関係がもとまる。これは表面に作用する圧力の総計と考えてよい。この圧力量を Λ で代表させて

$\Lambda = P + \mu_0 \overline{MH}_m + \frac{1}{2} \mu_0 M_n^2$ とおく。一方、液滴の生成で最も重要となるのは表面張力である。そこで

ポテンシャルエネルギーは体積力 Λ と表面張力 σ を考慮すると

$$U = \iiint_V \Lambda dV + \iint_S \sigma dS \\ = \frac{4\pi}{3} a_0^3 \left(1 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2+n} \frac{a_n^2}{a_0^2} \right) \Lambda \\ + \left\{ 4\pi a_0^2 + 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2+n} (n^2 + n + 2) \times a_n^2 \right\} \sigma \quad \dots\dots (15)$$

を得る。

(4) 散逸エネルギー

非圧縮性流体の散逸関数は次式で与えられる⁽¹¹⁾。

(但し e は変形速度テンソルを示す)

$$\Phi = 2 \eta (e^2_{rr} + e^2_{\theta\theta} + e^2_{\phi\phi}) + 4 \eta e_{r\theta} \quad \dots\dots (16)$$

上式を式(5)、(6)にて変形すれば

$$\Phi = \eta \left\{ 2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right)^2 - 4 \frac{\mu(1-\mu^2)}{r^4} \right. \\ \times \frac{\partial \phi}{\partial \mu} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mu^2} + 2 \frac{(1-\mu^2)^2}{r^4} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \mu^2} \right)^2 \\ + 4 \frac{(1-\mu^2)}{r^3} \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mu^2} \\ + 4 \frac{(1-\mu^2)}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial \mu} + \frac{4}{r^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 \\ + \frac{4}{r^4} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \mu} \right)^2 - 8 \frac{\mu}{r^3} \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial \phi}{\partial \mu} \\ \left. - 8 \frac{(1-\mu^2)}{r^3} \frac{\partial \phi}{\partial \mu} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial \mu} \right\} \quad \dots\dots (17)$$

となる。したがって散逸エネルギーは次式で与えられる。

$$S = \iiint_V \Phi dV \\ = 8 \pi \eta a \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2n-1)^2 + 3}{n(2n-1)(2n+1)} \left(\frac{da_n}{dt} \right)^2 \quad \dots\dots (18)$$

(5) 運動方程式および周期

以上求めた全運動エネルギーを非保存形に拡大されたラグランジュの運動方程式に代入すると、液滴のモード変形における運動方程式は次式のように書き表わされる。

$$\rho a^3 \ddot{a}_n + 4 \eta a \frac{n(2n-1)^2 + 3}{2n-1} \dot{a}_n \\ + \{ 2 a_0 \Lambda + \sigma (n^2 + n + 2) \} n a_n = 0$$

..... (19)

ゆえに理論周期は n 次の周期として得られる。

$$\tau_n = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - \frac{4\eta^2\{n(2n-1)^2+3\}}{\rho a(2n-1)^2\{2a_0\Lambda - \sigma(n^2+n+2)\}}}} \times \sqrt{\frac{\rho a^3}{\{2a_0\Lambda + \sigma(n^2+n+2)\}}}$$

..... (20)

となる。式 (20) は任意の n に対するモード変形の周期を示しており実際の液滴周期の値を示すにはいたらない。そこで $n=1$ を理論代表周期に選び、実験値と比較したものを図18に示す。この図より実験周期 t と理論周期 τ_1 は一次関数として表せる。よって τ_1 は液滴周期を定性的に非常に良く説明できる理論値であると言える。また各濃度によって異なることは、この理論では渦無し流れを仮定したことと粘性を小さく見積っているためにこの様な結果となったものと考えられる。

最後に液滴のモード変形に最も影響が大きいと考えられる磁気体積力と表面張力の比が理論周期にどのような形で関与しているか調べてみることにする。式 (20) で粘性の影響は非常に小さいことから、これを無視し、 $Q \times \tau_n = 4/3 \pi a^3$ から磁気体積力に影響のない流量 Q を用いて変形すると、

$$\tau_n = \frac{\frac{3}{4n} \rho Q}{2a_0\Lambda + \sigma(n^2+n+2)} \quad \dots (21)$$

さらに変形してオーダーを比較すると近似的に

$$\tau_n \propto \frac{1}{Nm} \quad \dots (21)$$

即ち理論周期は磁気体積力と表面張力の比 Nm の逆数に比例する。一方、先に求めた無次元相関数式 (3) において

$$t^* \propto Nm^{0.98} \quad \dots (23)$$

であるから、ほぼ Nm の逆数に比例していることが分かる。よって液滴モード変形に関与する重要な要素である磁気体積力と表面張力の比は実験式および理論的にもその逆数が周期に比例する値であることが確認された。

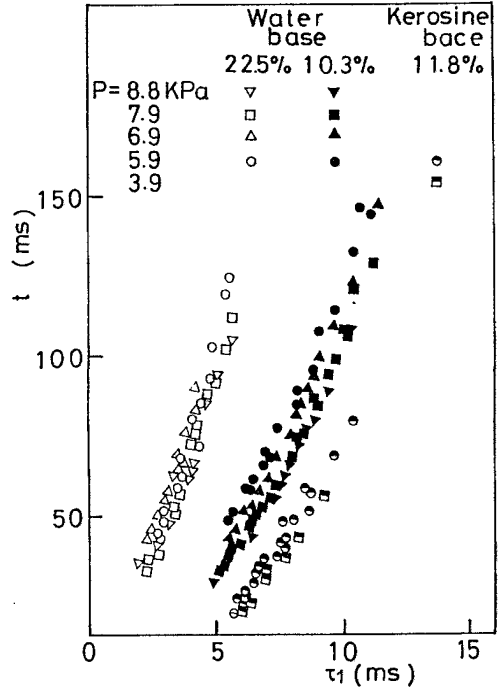


図18 理論周期と実験周期との比較

6. 結論

磁性流体液滴の基礎的研究として細管ノズル先端に非一様磁場を作用させ、液滴の生成過程およびその挙動を調べるとともに次元解析および理論的解析を行った結果、以下のことが明らかになった。

- (1) 液滴生成の周期は背圧、磁気体積力およびノズル径が大きいほど短く、粘度、表面張力が大きいほど長くなる。
- (2) 液滴径は磁気体積力が大きく、濃度が高いほど小さくなる。
- (3) 無次元周期 t^* は三つの無次元数 Nm 、 We 、 Re に依存する実験式によって表される。
- (4) 安定線形理論より液滴生成に関するエネルギーを求め、ラグランジュの手法より、 n 次の周期を導いた。また、これより液滴生成周期を定性的に説明することができる。

本研究は平成3年度雇用促進事業団指定研究費の補助を受けた。付記して謝意を表す。

文 献

- (1) Helinski, E. F., IBM. Tech Discl Bull., 18-4 (1975), 1053.
- (2) Fan, G. J., IBM. Tech Discl Bull., 18-4 (1975) 1277.
- (3) Fan, G. J., IBM. Tech Discl Bull., 18-8 (1976), 2699.
- (4) McCurry, R. E., IBM. Tech Discl Bull., 19-10 (1977), 3705.
- (5) 下間・永広、工業材料. 30-7 (昭和57), 50.
- (6) 須藤・ほか2名、磁性流体講演論文集(1987), 6.
- (7) 後藤・山田、日本物理学会分科会予稿集 4 (1983), 25.
- (8) Rayleigh, L., The Theory of Sound Vol.2. (1986). Dover Publications.
- (9) 今井、流体力学 (前編)、(昭和51年)、裳華房。
- (10) Rosensweig, R. E., Ferrohydrodynamics, (1985) Cambrige Univ. Press, U.S.A.
- (11) 富田、流体力学序説、(昭和46年)、養賢堂。