

## 報 文

線形の位相不整合量をもつ非線形方向性  
結合器の光パルス圧縮特性

青森職業訓練短期大学校 高井 秀悦

Optical Pulse Compression Characteristics of  
Mismatched Nonlinear Directional Couplers

Shuuetzu Takai

**要 約** 導波路間のエバネッセント波による結合と3次の非線形感受率に起因する非線形屈折率とを組み合わせ用いる非線形方向性結合器において、入出力間の光電力弁別特性を利用すれば、光パルスの圧縮が可能である。本論文では、結合器の電力弁別特性だけを用いてパルス圧縮を行う場合、線形の位相不整合量がパルス圧縮特性に及ぼす影響について理論解析を行った結果について述べている。結合器の特性を記述する非線形結合微分方程式の解析解を求め、結合長 $\kappa l = \pi/2$ のデバイスの空間結合特性と入出力特性の数値解析結果を示し、線形の位相不整合量 $\Delta\beta$ が負の値のとき、実効的に位相不整合量が小さくなる入射電力の領域が存在することを示している。そして次に、解析解を利用してパルス圧縮波形、パルス圧縮比と損失を数値計算により求めている。その結果、 $\Delta\beta < 0$ のとき、パルス圧縮が起こるためには、入射パルスの尖頭値にしきい値が存在すること、各 $\Delta\beta$ の値に対してパルス圧縮比が最大となる入射パルスのピーク値電力が存在することおよび $\Delta\beta$ が負の値でその絶対値が大きいほど、ピーク値電力の値も大きいが、パルス圧縮比も大きくなることを示している。

## I. まえがき

近年、高出力でフェムト秒領域の超短光パルスの発生技術や非線形光学現象の解明が進み、超高速・大容量の光通信や光信号処理システムに対する多くの関心が寄せられている<sup>(1)</sup>。多彩な非線形光学現象のなかでも、3次の非線形感受率に起因する光カー(Kerr)効果と光導波路を組み合わせ用いれば、超高速で全光型の機能デバイスを実現できる可能性がある<sup>(2)</sup>。その有力なデバイスの1つが非線形方向性結合器であり、Jensenによって初めて提案されて以来<sup>(3)</sup>、理論と実験の両面から多くの研究が行われ、デュアルコアファイバ型の方向性結合器により、超高速の光スイッチングが実証されている<sup>(4)</sup>。非線形方向性結合器は、非線形導波路間の前進波相互作用を利用するため、ヒステリシス特性は示さないが、全光型の論理ゲート、

波形整形器、微分増幅器及び変調器などの機能を果たし得る<sup>(5)</sup>。また、その光強度弁別特性を利用すれば、光パルス圧縮の可能であることが提案され、屈折率分布と断面形状が同一の光導波路で構成された、線形の位相不整合が0の結合器の理論解析が行われている<sup>(6),(7)</sup>。しかし、光導波路の作製精度により、光導波路が非対称性をもつ場合<sup>(8)</sup>や、フィルタ特性を実現するために、結合する2つの光導波路を非対称にする場合<sup>(9)</sup>があり、結合器には線形の位相不整合量が存在することになるが、そのような場合の光パルス圧縮特性の理論解析はまだ行われていない<sup>(10)</sup>。

そこで本論文では、線形の位相不整合が存在する非線形方向性結合器の特性を、従来タイプの結合モード方程式で表現<sup>(10),(11)</sup>したとき、線形の位相不整合量が光パルス圧縮特性に及ぼす影響を数値計算により検討した結果について述べる。II節では、一方の導波路だけに光入力があるとき、非線形結合モード方程式の

解析解を求め、結合器の空間結合特性と入出力特性の数値計算結果について説明する。Ⅲ節では、まずパルス圧縮率と損失の定義について述べ、次に、入射パルス波形がガウス形の場合、結合器の応答波形の計算例を示し、線形の位相不整合量がパルス圧縮率と損失に与える影響を数値計算により求めた結果について述べる。Ⅳ節は結論であり、本論文で得られた結果をまとめ、今後の課題について述べる。

## Ⅱ. 非線形結合モード方程式とその解

### 1. 非線形結合モード方程式

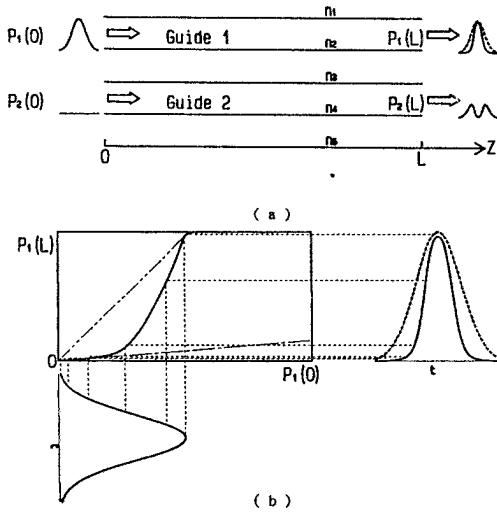


図1. (a) 非線形方向性結合器 (実際の結合器は3次元導波路であるが、ここでは5層のスラブ導波路の各層が等しい非線形屈折率をもつと仮定して、結合微分方程式を導いた)。(b) 光電力弁別特性を用いるパルス圧縮の原理。一点鎖線と二点鎖線はそれぞれ線形の結合器および線形の孤立導波路の入出力特性であり、実線は非線形の結合器の入出力特性を表す。

図1に示したように、非線形屈折率をもち、断面形状が同一でない2つの単一モード光導波路1と2が平行に近接して置かれた構造の方向性結合器の特性は、非線形結合微分方程式

$$\frac{da_1}{dz} = -j\kappa_{12}a_2 \exp(j\Delta\beta z) - jQ_1 |a_1|^2 a_1 \quad (1)$$

$$\frac{da_2}{dz} = -j\kappa_{21}a_1 \exp(-j\Delta\beta z) - jQ_2 |a_2|^2 a_2 \quad (2)$$

で与えられる<sup>(10),(11)</sup>。ここで \$a\_1\$ と \$a\_2\$ はそれぞれ導波路1と2のモード振幅であり、それらの絶対値の2乗は導波路1と2の伝送電力を表す。\$\kappa\_{12}\$ と \$\kappa\_{21}\$ は導波路間の結合係数であり、一般的に \$\kappa\_{12} = \kappa\_{21}^\* = \kappa \exp(j\phi)\$ の関係がある。\$\kappa\$ と \$\phi\$ は結合係数の絶対値と位相であり、\*は複素共役を表す。また \$\Delta\beta = \beta\_1 - \beta\_2\$ は線形の位相不整合量であり、\$\beta\_1\$ と \$\beta\_2\$ は導波路1と2が無限に離れているときのそれぞれのモードの位相定数である。更に、\$Q\_1\$ と \$Q\_2\$ は自己位相変調の係数であり、非線形屈折率によって導波路1と2のモードの位相がどのように変化するかを表す。非線形屈折率を0すなわち \$Q\_1 = Q\_2 = 0\$ とすれば、式(1)と(2)はよく知られた位相不整合量をもつ線形方向性結合器の結合方程式になる。

式(1)と(2)は複素振幅に対する非線形結合微分方程式であり、このままでは扱いにくい。そこで規格化したストークス・パラメータ

$$s_0(Z) = (|a_1(Z)|^2 + |a_2(Z)|^2) / P_c \quad (3)$$

$$s_1(Z) = (|a_1(Z)|^2 - |a_2(Z)|^2) / P_c \quad (4)$$

$$s_2(Z) = [a_1^*(Z)a_2(Z)\exp\{j(\Delta\beta + \phi)z\} + a_1(Z)a_2^*(Z)\exp\{-j(\Delta\beta + \phi)z\}] / P_c \quad (5)$$

$$s_3(Z) = j [a_1^*(Z)a_2(Z)\exp\{j(\Delta\beta + \phi)z\} - a_1(Z)a_2^*(Z)\exp\{-j(\Delta\beta + \phi)z\}] / P_c \quad (6)$$

を導入する。ここで

$$P_c = 8\kappa / (Q_1 + Q_2) \quad (7)$$

$$Z = \kappa z \quad (8)$$

とおいた。式(7)の \$P\_c\$ は Jensen が導入した臨界光電力<sup>(3)</sup>を線形の位相不整合量がある場合に拡張したものである。また式(8)は光波の伝搬方向の距離 \$z\$ に結合係数 \$\kappa\$ を掛けて規格化した距離である。式(3)から(6)の実数量が満たす微分方程式は

$$\frac{ds_0}{dZ} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{ds_1}{dZ} = -2s_3 \quad (10)$$

$$\frac{ds_2}{dZ} = 4m_s s_3 + 4s_1 s_3 \quad (11)$$

$$\frac{ds_3}{dZ} = 2s_1 - 4m_s s_2 - 4s_1 s_2 \quad (12)$$

となる。ここで $m_e$ は実効的な位相不整合量を表し

$$m_e = \Delta\beta / 4\kappa + Q_m s_0 \quad (13)$$

で定義される。 $Q_m$ は相対的な自己位相変調の係数であり

$$Q_m = (Q_1 - Q_2) / (Q_1 + Q_2) \quad (14)$$

で与えられる。

## 2. 非線形結合微分方程式の解

結合器は $z \geq 0$ の領域に存在するとし、境界条件として、 $z = 0$ の点において導波路1だけに光入力 $P_1(0)$ がある場合を考えると

$$|a_1(0)|^2 = P_1(0) \quad (15)$$

$$|a_2(0)|^2 = 0 \quad (16)$$

である。これを規格化ストークス・パラメータの境界条件として表すと

$$s_0(0) = s_1(0) = P_1(0) / P_c = p_0 \quad (17)$$

$$s_2(0) = s_3(0) = 0 \quad (18)$$

となる。ここで $p_0$ は導波路1の入射電力を臨界電力で規格化したものである。

さて式(9)を $Z$ で積分すれば

$$s_0(Z) = s_0(0) = p_0 \quad (19)$$

となる。これは結合器内の任意の点 $Z = Z$ における2つの導波路の伝送電力の和が一定であること、すなわち電力保存則を表す。

次に式(10)から(12)の結合微分方程式を $s_1$ についての微分方程式に変形する。式(10)を $s_3$ について解き、式(11)に代入し、その両辺を $Z$ について $Z = 0$ から $Z = Z$ まで積分すれば

$$s_2 = -(s_1^2 - p_0^2) - 2m_e(s_1 - p_0) \quad (20)$$

となる。式(10)を $Z$ について微分し、式(12)と(20)を代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{d^2 s_1}{dZ^2} = & -8s_1^3 - 24m_e s_1^2 \\ & - 4(4m_e^2 - 4m_e p_0 - 2p_0^2 + 1)s_1 \\ & + 4m_e p_0(4m_e + p_0) \end{aligned} \quad (21)$$

となる。式(21)の両辺に $2(ds_1/dZ)$ を掛け、 $Z = 0$ から $Z = Z$ まで積分すると

$$\left(\frac{ds_1}{dZ}\right)^2 = 4(p_0 - s_1)f(s_1) \quad (22)$$

$$f(s_1) = s_1^3 + (p_0 + 4m_e)s_1^2 + (4m_e^2 - p_0^2 + 1)s_1$$

$$+ p_0(1 - 4m_e^2 - 4m_e p_0 - p_0^2) \quad (23)$$

が得られる。 $Z$ が0から $Z$ まで変化するとき、 $s_1$ は $p_0$ から $s_1$ まで変わること注意到して、式(22)を書き換えると

$$\int_{s_1}^{p_0} \frac{ds_1}{\{(p_0 - s_1)f(s_1)\}^{1/2}} = 2Z \quad (24)$$

となる。

式(24)の積分は、式(23)の $f(s_1) = 0$ とおいた $s_1$ についての3次方程式が3つの異なる実根をもつ場合と1つの実根と2つの虚根をもつ場合とで異なる表式になる(付録参照)。まず、3次方程式が3実根 $y_2, y_3$ と $y_4$ ( $y_2 > y_3 > y_4$ とする)をもつ場合、導波路1の規格化電力分布 $p_1(Z) = |a_1(Z)|^2 / P_c$ は

$$p_1(Z) = \frac{1}{2} \left\{ p_0 + \frac{(p_0 - y_2)y_4 \operatorname{sn}^2(u|k) + p_0(y_2 - y_4)}{(p_0 - y_2)\operatorname{sn}^2(u|k) + y_2 - y_4} \right\} \quad (25)$$

で与えられる。ここで $\operatorname{sn}(u|k)$ はヤコビの $\operatorname{sn}$ 関数<sup>(12)</sup>であり、そのアーギュメント $u$ と母数 $k$ はそれぞれ

$$u = Z \{(y_2 - y_4)(p_0 - y_3)\}^{1/2} \quad (26)$$

$$k = \left\{ \frac{(p_0 - y_2)(y_3 - y_4)}{(y_2 - y_4)(p_0 - y_3)} \right\}^{1/2} \quad (27)$$

である。一方、3次方程式が1実根 $y_2$ と2虚根 $y_3 = y_{3R} + jy_{3I}$ と $y_3^* = y_{3R} - jy_{3I}$ をもつ場合、導波路1の規格化電力分布は

$$p_1(Z) = \frac{1}{2} \left\{ p_0 + \frac{(Ay_2 - Bp_0)\operatorname{cn}(u|k) - Ay_2 - Bp_0}{(A - B)\operatorname{cn}(u|k) - A - B} \right\} \quad (28)$$

となる。ここで $\operatorname{cn}(u|k)$ はヤコビの $\operatorname{cn}$ 関数<sup>(12)</sup>であり

$$k = \left\{ \frac{(p_0 - y_2)^2 - (A - B)^2}{4AB} \right\}^{1/2} \quad (29)$$

$$u = 2Z(AB)^{1/2} \quad (30)$$

$$A^2 = (p_0 - y_{3R})^2 + y_{3I}^2 \quad (31)$$

$$B^2 = (y_2 - y_{3R})^2 + y_{3I}^2 \quad (32)$$

である。無損失の伝送線路を仮定しているため、導波路2の規格化電力分布 $p_2(Z) = |a_2(Z)|^2 / P_c$ は

$$p_2(Z) = p_1(0) - p_1(Z) \quad (33)$$

で与えられる。

3. 結合特性の数値計算

式(25)と(28)及び(33)は、線形の位相不整合量をもつ非線形方向性結合器の特性を表す解析解であり、導波路1と2の電力分布すなわち空間結合特性を知ることができる。これらの式にはsn関数とcn関数といったヤコビの楕円関数が含まれているので、まずこれらを数値計算する必要がある。また3次方程式 $f(s_i) = 0$ の解を求める必要がある。

本論文では、テータ関数を用いて楕円関数を数値解析する手法<sup>(13)</sup>を採用し、ベーシック(BASIC)でプログラムを作成した。そして第1種不完全楕円積分の数表<sup>(14)</sup>を利用して、楕円関数の計算精度をチェックした。その結果母数 $k \leq \sin 85^\circ = 0.996$ のとき、有効数字5桁まで正しく計算されていることを確認した。なお3次方程式の解法は標準的なカルダノの方法<sup>(15)</sup>に従った。

図2は $\Delta\beta/\kappa = -1.0$ で $Q_m = 0$ として、導波路1だけに光入力がある場合、導波路1の光電力分布を

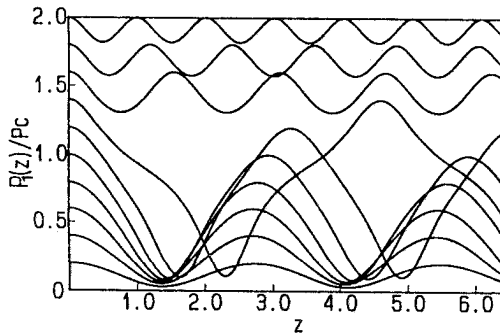


図2 空間結合特性 ( $\Delta\beta/\kappa = -1.0, Q_m = 0$ )

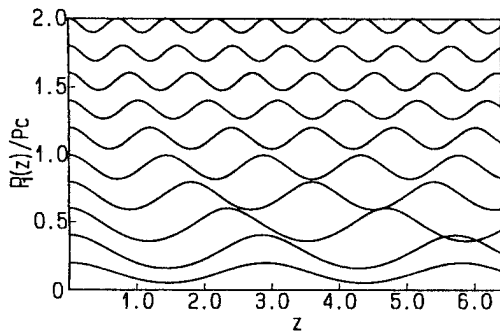


図3 空間結合特性 ( $\Delta\beta/\kappa = 1.0, Q_m = 0$ )

数値計算した結果である。横軸は規格化伝搬距離  $Z = \kappa z$ 、縦軸は導波路1の規格化電力  $p_1(Z) = P_1(Z)/P_c$  である。位相不整合量  $\Delta\beta = 0$  の線形の方向性結合器において、 $Z = \pi/2$  の点で導波路1の電力が導波路2に完全に移行することはよく知られている。図2では導波路1の規格化電力  $p_1(0)$  が小さい値のときでも、位相不整合量が存在するので、完全な電力移行は起こらないことがわかる。入射電力の増大と共に、空間結合の周期が長くなるが、完全な電力の交換は起こらない。そして  $p_1(0) = 1.5$  付近で(図には示されていないが)空間結合の周期が無限大になる。これは導波路1の電力分布の解析解が式(28)から(25)に変わることを表しており、ストークス・パラメータ空間の運動軌跡における分離曲線に対応する<sup>(16)</sup>。入射電力が更に大きくなると、導波路間の相互作用は弱くなり、電力移行は小さいものになる。また空間結合周期は次第に短くなる。

次に、図3は $\Delta\beta/\kappa = 1.0$ で $Q_m = 0$ として、導波路1だけに光入力がある場合、導波路1の光電力分布を数値計算した結果である。この場合には、入射電力が小さくても、導波路間の電力移行はあまり大きくない。そして空間結合の周期は、入射電力の増加と共に単調に減少していく。

図4は少し見方を変えて、結合長  $L = \pi/2$  すなわち実際の結合器の長さを  $l$  として  $\kappa l = \pi/2$  のデバイスにおいて、導波路1の規格化入射電力  $p_1(0)$  を横軸に、導波路1と2の相対出射電力  $P_1(L)/P_1(0)$  と  $P_2(L)/P_2(0)$  を縦軸にとったグラフである。パラメータは線形の位相不整合量を  $\Delta\beta/\kappa = -1.0, 0$  と  $0.5$  とした。またこれらのとき、 $Q_m = 0$  とした。  $\Delta$

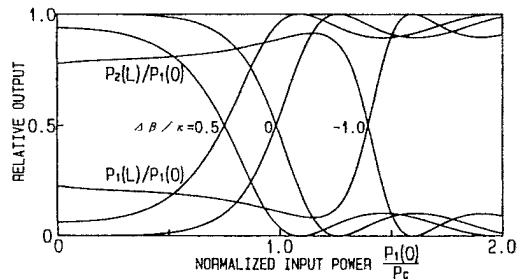


図4 入出力特性 ( $Q_m = 0$ )

$\beta=0$ で位相整合がとれている場合、入射電力が小さいと、非線形屈折率の影響が小さく、完全な電力移行が起こるが、入射電力が大きくなると共に、電力移行しなくなる<sup>(3),(7)</sup>。 $\Delta\beta\neq 0$ で線形の位相不整合量が存在する場合には、入射電力が小さいときでも、導波路間で完全な電力交換が行われないことは前述したが、位相不整合量 $\Delta\beta$ の絶対値が大きいくほど、導波路2に移行しないで導波路1に残る電力の割合が大きくなっている。

また、 $\Delta\beta < 0$ の場合すなわち導波路1の位相定数 $\beta_1$ が導波路2のそれ $\beta_2$ よりも小さい場合には、入射光電力が小さい方の領域において、非線形屈折率による位相シフトはいったん実効的に位相不整合量を小さくするように働き、導波路2の相対出射電力が大きくなる特性を示す。しかし入射電力が大きくなると、導波路2に電力移行しなくなる。一方、 $\Delta\beta > 0$ の場合すなわち導波路1の位相定数 $\beta_1$ が導波路2のそれ $\beta_2$ よりも大きい場合には、実効的に位相不整合量を単調に増大させるように作用している。

### III. 光パルス圧縮特性

非線形方向性結合器の光電力弁別特性を利用すれば、方向性結合器に入射した光パルスのピーク電力付近だけを入射側導波路から、電力の小さいその部分をもう一方の導波路から取り出すことができ、パルス圧縮可能である<sup>(6),(7)</sup>。そしてII. 3節で述べたように、線形の位相不整合量が存在すると、結合器の入出力特性が変化するので、パルス圧縮特性も $\Delta\beta=0$ の位相整合がとれた場合に比べて変化することが予想される。そこで本節では、結合長 $L = \kappa l = \pi/2$ の結合器において、位相不整合量 $\Delta\beta$ がパルス圧縮特性にどのような影響を与えるかを数値計算によって調べた結果について述べる。

まずパルス圧縮比と損失を今井ら<sup>(7)</sup>と同様に定義する。導波路1の入射パルスをガウス形とし

$$P_1(0, t) = P_{1M} \exp\{-(\ln 2)t^2/\sigma_m^2\} \quad (34)$$

で表す。ここで $P_{1M}$ はパルスの尖頭値電力、 $2\sigma_m$ は半値全幅である。また $t$ は任意(規格化)時間である。

導波路1の出射パルスの半値全幅を $2\sigma_{out}$ として、パルス圧縮比を

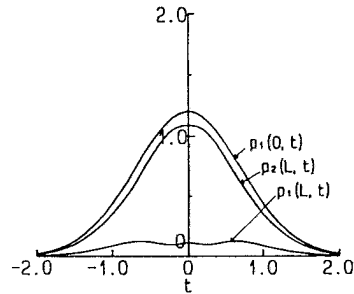
$$\text{パルス圧縮比} = \frac{\sigma_{in} - \sigma_{out}}{\sigma_{in}} \quad (35)$$

で定義する。また損失を

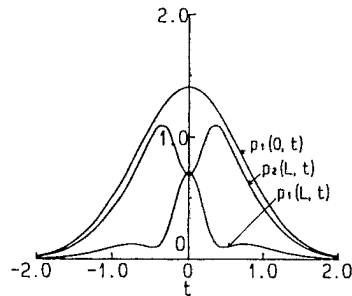
$$\text{損失} = \frac{E_{in} - E_{out}}{E_{in}} \quad (36)$$

で定義する。ここで $E_{in}$ と $E_{out}$ はそれぞれ入射パルスおよび導波路1の出射パルスのエネルギーである。

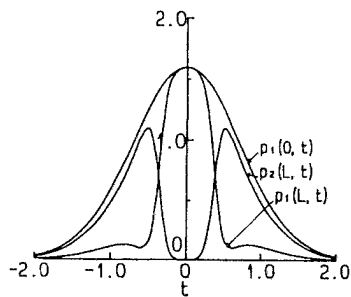
導波路の分散特性と非線形屈折率の緩和時間などの



(a)  $P_{1M}/P_c = 1.2$



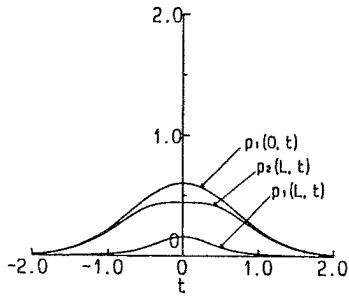
(b)  $P_{1M}/P_c = 1.4$



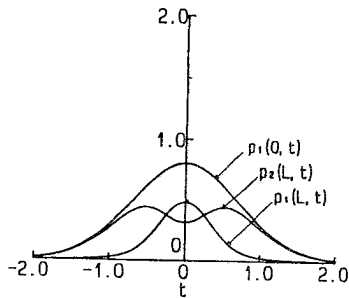
(c)  $P_{1M}/P_c = 1.6$

図5 パルス圧縮波形

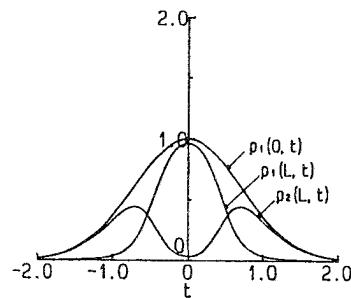
( $L = \pi/2$ ,  $\Delta\beta/\kappa = -1.0$ ,  $Q_m = 0$ )



(a)  $P_{1M}/P_C = 0.6$



(b)  $P_{1M}/P_C = 0.8$



(c)  $P_{1M}/P_C = 1.0$

図6 パルス圧縮波形  
( $L = \pi/2$ ,  $\Delta\beta/\kappa = 0.5$ ,  $Q_m = 0$ )

影響は無視し、入出力間の電力弁別特性だけを考慮して、導波路1に式(34)で与えられるガウス形光パルスが入射したとき、結合器のパルス応答を計算した結果の例を図5と6に示す。各図には、導波路1の応答波形の他に、導波路1の入射パルス波形と導波路2の出射波形も示した。

図5は $\Delta\beta/\kappa = -1.0$ で $Q_m = 0$ の場合、入射パルスの規格化ピーク電力 $p_{1M} (= P_{1M}/P_C)$ を1.2、1.4および1.6としたときの応答波形である。II. 3で述べたように、 $\Delta\beta < 0$ のとき、入射電力が小さい方の

領域で非線形屈折率は実効的に位相不整合量を小さくするように作用するため、 $p_{1M} = 1.2$ の場合には、入射パルスが導波路2にほぼ移行し、導波路1の出射波形はパルス圧縮された波形にならない。 $p_{1M} = 1.4$ 、1.6の場合には、電力弁別特性の効果により、導波路1からパルス圧縮された波形が得られ、パルス圧縮比と損失は、それぞれ73.3%、77.8%と57.6%、53.2%となる。

次に図6は $\Delta\beta/\kappa = 0.5$ 、 $Q_m = 0$ 、 $p_{1M} = 0.6$ 、0.8と1.0とした場合である。 $\Delta\beta > 0$ のとき、入射電力の増大と共に、導波路2に移行する電力の割合がほぼ単調に減少する入出力特性を示すので、この場合には入射パルスの尖頭値が小さくても、圧縮されたパルス波形が導波路1から出射される。それぞれの場合のパルス圧縮比と損失は44.2%と83.5%、49.5%と58.5%および43.1%と44.8%である。

最後に、線形の位相不整合量 $\Delta\beta$ をパラメータとして、パルス圧縮比と損失を入射パルスのピーク値電力の関数として数値解析した結果を図7と8に示す。 $\Delta\beta < 0$ の場合、光パルスが圧縮されるためには、そのピーク値にしきい値が存在することがわかる。 $\Delta\beta/\kappa = -0.5$ 、 $-1.0$ 、 $-2.0$ のとき、規格化電力で表した尖頭値のしきい値はそれぞれ0.93、1.28及び1.74であった。また各 $\Delta\beta$ の値において、パルス圧縮比が最大になるピーク値電力が存在する。そして $\Delta\beta < 0$ でその絶対値が大きいくほど、入射パルスのピーク値電力

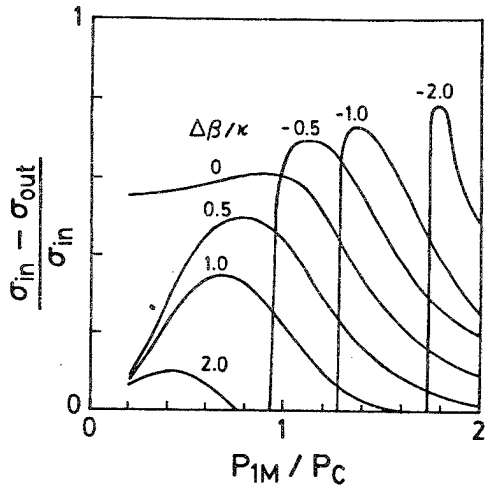


図7 入射パルスの尖頭値に対するパルス圧縮比

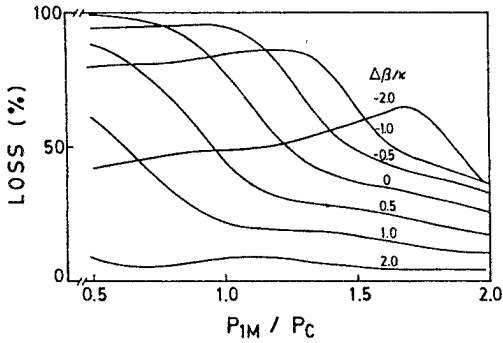


図8 入射パルスの尖頭値に対する損失

は大きくなるが、パルス圧縮比の最大値も大きいことがわかる。 $\Delta\beta/\kappa = 0.5, -0.5, -1.0$ と $-2.0$ の場合、パルス圧縮比の最大値はそれぞれ49.5%（そのときのピーク値電力と損失は0.8と67.5%）、69.4%（同1.14と87.9%）、73.5%（同1.37と81.0%）、78.3%（同1.77と61.7%）であった。なお $\Delta\beta = 0$ のとき、図7と8のパルス圧縮比と損失は、計算に使用した入射パルス波形は異なるが、今井ら<sup>(7)</sup>とほぼ一致している。

#### IV. 結論

線形の位相不整合量をもつ非線形方向性結合器において、その電力弁別特性を利用して光パルスを圧縮するとき、位相不整合量がパルス圧縮比と損失に与える影響を数値解析により検討した。結合器の特性を従来タイプの結合モード方程式で記述し、一方の導波路だけに光が入射したとき、結合微分方程式の解析解を求めた。結合長 $\kappa l = \pi/2$ の結合器の空間結合特性と入出力特性を数値解析し、 $\Delta\beta < 0$ のとき、実効的に位相不整合量が小さくなる入射電力の範囲が存在することを示した。次に、入射波形をガウス形パルスとしたとき、解析解を用いてパルス応答波形、パルス圧縮比と損失の位相不整合量依存性を数値解析した例を示した。その結果、 $\Delta\beta < 0$ のとき、パルス圧縮されるためには、入射パルスのピーク値電力にしきい値があること、各 $\Delta\beta$ の値に対してパルス圧縮比が最大となる入射パルスの尖頭値電力が存在することそして $\Delta\beta < 0$ でその絶対値が大きいほど、尖頭値電力も大きい

が、パルス圧縮比も大きくなることを明らかにした。

本論文では、結合器の電力弁別特性だけを考慮し、導波路の分散特性や非線形屈折率の緩和時間などの影響を無視して、パルス応答を求めた。超短パルスに対する応答では、これらも加味する必要があり、このとき結合微分方程式は非線形シュレディンガー方程式になると考えられるが、その検討は今後の課題である。その場合、本解析の結果は、分散特性や非線形屈折率の緩和時間などが無視できる時間幅が長いパルスに対する応答としての意味をもつと考えられる。また、まだ未評価のままであるが、線形の位相不整合量が小さいとき、臨界電力は今井らの結果(7)と同程度になると考えられる。この点を検討することも今後の課題であるが、そのためには近年何種類か提案されている改良形結合モード理論の妥当性と従来形結合モード理論の関係の検討を行うことが必要である。

#### 謝辞

日頃より御指導御鞭撻頂く本校戸沢一光校長、文献を提供して下さい室蘭工業大学今井正明教授、討論して頂いた本校機械システム系森田永雄教官並びに図面作成に協力頂いた本校電子情報システム系須田潤教官に深く謝意を表す。

#### 付録 式(25)と(28)の誘導

3次方程式 $f(s_1) = 0$ が3つの実根 $y_2, y_3$ と $y_4$  ( $y_2 > y_3 > y_4$ とする)をもつとき、式(24)の積分は

$$\int_{s_1}^{p_0} \frac{ds_1}{\{(p_0 - s_1)(s_1 - y_2)(s_1 - y_3)(s_1 - y_4)\}^{1/2}} = 2Z \quad (A1)$$

と表される。この積分を楕円積分の標準形にするために変数変換

$$x = \left\{ \frac{(y_2 - y_4)(p_0 - s_1)}{(p_0 - y_2)(s_1 - y_4)} \right\}^{1/2} \quad (A2)$$

を行う。これを $s_1$ について解いて $x$ で微分すると

$$\frac{ds_1}{dx} = - \frac{2x(p_0 - y_2)(p_0 - y_4)(y_2 - y_4)}{\{(p_0 - y_2)x^2 + y_2 - y_4\}^2} \quad (A3)$$

となる。また

$$p_0 - s_1 = \frac{(p_0 - y_2)(p_0 - y_4)x^2}{(p_0 - y_2)x^2 + y_2 - y_4} \quad (A4)$$

$$s_1 - y_2 = \frac{(p_0 - y_2)(y_2 - y_4)(1 - x^2)}{(p_0 - y_2)x^2 + y_2 - y_4} \quad (A5)$$

$$s_1 - y_3 = \frac{(y_2 - y_4)(p_0 - y_3) - (p_0 - y_2)(y_3 - y_4)x^2}{(p_0 - y_2)x^2 + y_2 - y_4} \quad (A6)$$

$$s_1 - y_4 = \frac{(y_2 - y_4)(p_0 - y_4)x^2}{(p_0 - y_2)x^2 + y_2 - y_4} \quad (A7)$$

であるから、式(A1)は

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\{(y_2 - y_4)(p_0 - y_3)\}^{1/2}} \\ & \times \int_0^x \frac{dx}{\{(1 - x^2)(1 - k^2x^2)\}^{1/2}} \\ & = \frac{2}{\{(y_2 - y_4)(p_0 - y_3)\}^{1/2}} \text{sn}^{-1}(x|k) = 2Z \quad (A8) \end{aligned}$$

となる<sup>(12)</sup>。ここでkは式(27)で与えられる。式(A8)をxについて解くと

$$x = \left\{ \frac{(y_2 - y_4)(p_0 - s_1)}{(p_0 - y_2)(s_1 - y_4)} \right\}^{1/2} \text{sn}(u|k) \quad (A9)$$

を得る。式(A9)をs<sub>1</sub>(Z)について解き、導波路1の規格化電力p<sub>1</sub>(Z)は式(3)と(4)から

$$p_1(Z) = \{s_0(Z) + s_1(Z)\} / 2 = \{s_0(0) + s_1(Z)\} / 2 \quad (A10)$$

で与えられることに注意すれば、式(26)が求められる。

次に式(28)の誘導を行う。3次方程式f(s<sub>1</sub>) = 0が1実根y<sub>2</sub>と2虚根y<sub>3</sub> = y<sub>3R</sub> + jy<sub>3I</sub>とy<sub>3</sub>\* = y<sub>3R</sub> - jy<sub>3I</sub>をもつ場合、式(28)の積分は

$$\int_{s_1}^{p_0} \frac{ds_1}{\{(p_0 - s_1)(s_1 - y_2)(s_1 - y_3)(s_1 - y_3^*)\}^{1/2}} = 2Z \quad (A11)$$

と表される。変数変換

$$x = \frac{A(s_1 - y_2) - B(p_0 - s_1)}{A(s_1 - y_2) + B(p_0 - s_1)} \quad (A12)$$

を行って、この積分を楕円積分の標準形に変形する。ここでAとBはそれぞれ式(31)と(32)で与えられる。式(A12)をs<sub>1</sub>について解き、xで微分すれば

$$\frac{ds_1}{dx} = \frac{2(p_0 - y_2)AB}{\{(A - B)x - A - B\}^2} \quad (A13)$$

である。また

$$p_0 - s_1 = \frac{A(p_0 - y_2)(x - 1)}{(A - B)x - A - B} \quad (A14)$$

$$s_1 - y_2 = -\frac{B(p_0 - y_2)(x + 1)}{(A - B)x - A - B} \quad (A15)$$

$$\begin{aligned} (s_1 - y_3)(s_1 - y_3^*) &= (s_1 - y_{3R})^2 + y_{3I}^2 \\ &= \frac{4A^2B^2(k^2x^2 + k'^2)}{\{(A - B)x - A - B\}^2} \quad (A16) \end{aligned}$$

となる。ここでkは式(27)で与えられる母数であり、k'は補母数と呼ばれる量で

$$k'^2 = 1 - k^2 \quad (A17)$$

で与えられる。これらの式を式(A11)に代入すれば

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(AB)^{1/2}} \int_x^1 \frac{dx}{\{(1 - x^2)(k^2x^2 + k'^2)\}^{1/2}} \\ & = \frac{1}{(AB)^{1/2}} \text{cn}^{-1}(x|k) = 2Z \quad (A18) \end{aligned}$$

となる。xについて解くと

$$x = \frac{A(s_1 - y_2) - B(p_0 - s_1)}{A(s_1 - y_2) + B(p_0 - s_1)} = \text{cn}(u|k) \quad (A19)$$

が得られる。ここでuは式(30)で与えられるアーギュメントである。式(A19)を更にs<sub>1</sub>について解き、式(A10)の関係を用いれば、式(28)が求められる。

なお、三次方程式f(s<sub>1</sub>) = 0が異なる3実根をもつ場合と1実根、2虚根をもつ場合の境界は、3次方程式が重根をもつときである。すなわち3実根をもつ場合において、y<sub>2</sub> = y<sub>3</sub>となるときのときである。このとき母数k = 1であり、sn(u|1) = tanh uであること<sup>(12),(14)</sup>に注意すれば、式(A9)は

$$x = \left\{ \frac{(y_2 - y_4)(p_0 - s_1)}{(p_0 - y_2)(s_1 - y_4)} \right\}^{1/2} = \text{sn}(u|1) = \tanh u \quad (A20)$$

となり、導波路1の規格化電力p<sub>1</sub>(Z)は

$$\begin{aligned} p_1(Z) &= \frac{1}{2} \\ & \left\{ p_0 + \frac{(p_0 - y_2)y_4 \tanh^2 u + p_0(y_2 - y_4)}{(p_0 - y_2) \tanh^2 u + y_2 - y_4} \right\} \quad (A21) \end{aligned}$$

で与えられる。ここで

$$u = Z \{(y_2 - y_4)(p_0 - y_2)\}^{1/2} \quad (A22)$$

である。



参考文献

- (1) 矢島達夫編: "超高速光技術", 丸善(1990).
- (2) G.I.Stegeman et.al.: "Nonlinear Integrated Optics", J. Appl. Phys., vol. 58, p. R57(Dec. 1985).
- (3) S.M.Jensen: "The Nonlinear Coherent Coupler", IEEE J.Quantum Electron.,vol.QE-18,p.1580 (Oct. 1982).
- (4) S.R.Friberg et.al.: "Femtosecond Switching in a Dual-Core Fiber Nonlinear Coupler", Opt.Lett., vol.13,p.904 (Oct. 1988).
- (5) A.T.Pham et.al.: "All Optical Modulation and Switching using a Nonlinear-Optical Directional Coupler", J.Opt.Soc.Am.B,vol. 8,p.1914 (Sept. 1991).
- (6) K.Kitayama et.al.: "Optical Pulse Compression by Nonlinear Coupling", Appl.Phys. Lett., vol.43,p.17 (July 1983).
- (7) 今井, 他: "非線形光ファイバカップラーの光パルス圧縮特性", 信学技報, vol.OCS89-12,p.7 (1989-06).
- (8) P.R.Berger et.al.: "A Waveguide Directional Coupler with a Nonlinear Coupling Medium", IEEE J.Quantum Electron,vol. 27,p.788(March 1991).
- (9) B.Broberg et.al.: "A Novel Integrated Optics Wavelength Filter in InGaAsP-InP", IEEE J. Lightwave Tech., vol. LT-4, p.196 (Feb. 1986).
- (10) 高井: "位相不整合量をもつ非線形方向性結合器の光パルス圧縮特性", 平成2年度電気関係学会東北支部連合大会講演論文集, p.140 (1990-08).
- (11) S.Trillo et.al.: "Nonlinear Nonreciprocity in a Coherent Mismatched Directional Coupler", Appl.Phys.Lett.,vol.49,p.752 (Sept. 1986).
- (12) P.F.Byrd et.al.: "Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists", Springer Verlag(1971).
- (13) 山内, 他: "電子計算機のための数値計算法Ⅲ", 培風館 (1971).
- (14) M.Abramowitz et.al.: "Handbook of Mathematical Functions", Dover (1965).
- (15) 例えば, 戸川: "数値計算法", コロナ社 (1981).
- (16) 須田, 他: "線形の位相不整合量をもつ非線形方向性結合器の運動軌跡", 平成3年度電気関係学会東北支部連合大会講演論文集,p.79 (1991-08).