

報 文

線形の位相不整合量をもつ非線形方向性結合器の運動軌跡

青森職業訓練短期大学校 須田 潤・高井 秀悦

Motion Trajectories of Mismatched Nonlinear
Directional Couplers

Jun Suda, Shuetsu Takai

要 約 全光型デバイスとして有力な非線形方向性結合器は実験、理論の両面から行われている。本論文では、線形の位相不整合量をもつ非線形方向性結合器において2つの導波路に光入力がある場合、結合器の特性を従来タイプの結合モード方程式を使ってストークス・パラメータの運動軌跡として表現し、その運動の形態を分類し基礎的な面からかかる非線形結合器の特性について述べている。結合器の2つの導波路に光入力があるとき、非線形結合方程式の2つの不変量を求め、運動軌跡を数値解析し、一方の導波路光入力を増加させ分離曲線を与える入射電力の前後で変化させるときその近傍で大きな電力移行が行われる場合があることを示している。また運動軌跡が分離曲線になる条件と1閉曲面と1点になる条件を2つの光入力の関係として求めた数値解析結果を示し線形の位相不整合量と相対的自己位相変調の係数がそれらの条件に与える影響を数値解析している。分離曲線になる時運動の周期が無限大になることを示している。

その結果、各運動は運動軌跡が1閉曲面と1点になっている条件と分離曲線になる条件により分けられる3つの安定領域をもち、一方の光入力のみを変化させ、運動軌跡がそれらの条件を境界として一方の安定領域から他方の安定領域に移行するとき、不安定現象となる可能性を示した。また、 $\Delta\beta/\kappa > 0$ の場合 $Q_m < 0$ にすること、あるいは $\Delta\beta/\kappa < 0$ にすることにより分離曲線を与える入射電力を小さくすることを示している。

I まえがき

近年、光カー(kerr)効果と誘電体導波路間の分布結合を利用した光集積回路用デバイスが研究、試作されている⁽¹⁾。これらの理論解析において結合器には位相不整合量が無いとして行われていた^{(2),(3)}が、高井は結合器が線形の位相不整合量をもつとし、全てが等しい非線形屈折率をもつ媒質で構成された方向性結合器について一方の導波路のみに光が入射する場合、従来タイプの結合

モード方程式を使って解析解を求め、光パルス圧縮特性について述べている⁽⁴⁾。最近、前田らは線形導波路と非線形導波路で構成された位相不整合な方向性結合器について2つの光入力がある場合、直交選点法を用いた数値解析により光変調器の動作を示している⁽⁵⁾。一方、著者らは線形の位相不整合量をもつ非線形結合器に2つの光入力がある場合は位相不整合量が無い場合に比較してかなり複雑な結合特性をもつ^{(6),(7),(8)}ことを報告している。

本論文では、非線形結合器が線形の位相不整合をもち

2つの導波路に光入力がある場合についてその特性の全体像を知ることが目的とし、高井の解析を拡張して解析している。本解析では、結合器の特性を従来タイプの結合モード方程式を使ってストークス・パラメータ空間における運動軌跡で表現している。さらに、その運動形態を分類し、各運動形態に対応する結合器の特性について述べる。線形の位相不整合量と相対的自己位相変調の係数が運動軌跡に及ぼす影響を数値計算によって求め、かかる結合器の特性について述べる。II節では、2つの導波路に光入力があるとき、非線形結合方程式の2つの不変量を求め、ストークス・パラメータ空間における運動軌跡を立体表示した例について説明する。III節では、まず、運動軌跡が分離曲線になる条件と1閉曲面と1点になる条件を2つの光入力の関係として求めた数値解析結果を示している。さらに、運動軌跡が分離曲線になると運動の周期の数値計算結果を示し、最後に、線形の位相不整合量と相対的自己位相変調の係数が運動軌跡に与える影響と対応する結合特性について述べる。IV節は結論であり、本論文で得られた結果をまとめ、今後の課題について述べる。

II 非線形結合モード方程式の不変量と運動軌跡

1. 非線形結合モード方程式の2つの不変量

図1に示したように、非線形屈折率をもち、断面形状が同一でない2つの単一モード光導波路1と2が平行に近接して置かれた構造の方向性結合器の特性は、非線形結合微分方程式

$$\frac{da_1}{dz} = -jk_{12}a_2 \exp(j\Delta Bz) - jQ_1 |a_1|^2 a_1 \quad (1)$$

$$\frac{da_2}{dz} = -jk_{21}a_1 \exp(-j\Delta Bz) - jQ_2 |a_2|^2 a_2 \quad (2)$$

で与えられる^{(8),(9)}。ここで a_1 と a_2 はそれぞれ導波路1と2のモード振幅であり、それらの絶対値の2乗は導波路1と2の伝送電力を表す。 κ_{12} と κ_{21} は導波路間の結合係数であり、一般的に $\kappa_{12} = \kappa_{21}^* = \kappa \exp(j\phi)$ の関係がある。 κ と ϕ は結合係数の絶対値と位相であり、*は複素共役を表す。また $\Delta B = \beta_1 - \beta_2$ は線形の位相不整合量であり、 β_1 と β_2 は導波路1と2が無限に離れている

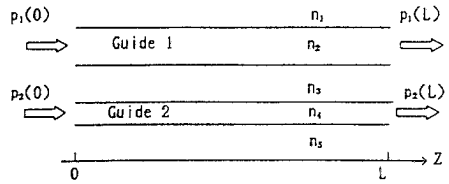


図1 非線形方向性結合器 (実際の結合器は3次元導波路であるが、ここでは5層のスラブ導波路の各層が等しい非線形屈折率をもつと仮定して、結合微分方程式を導いた)。

ときのそれぞれのモードの位相定数である。更に、 Q_1 と Q_2 は自己位相変調の係数であり、非線形屈折率によって導波路1と2のモードの位相がどの様に変化するかを表す。非線形屈折率を0すなわち $Q_1 = Q_2 = 0$ とすれば、式(1)と(2)はよく知られた位相不整合量をもつ方向性結合器の結合方程式になる。

式(1)と(2)は複素振幅に対する非線形の結合微分方程式であり、このままでは扱いにくい。そこで規格化したストークス・パラメータ

$$s_0(Z) = (|a_1(Z)|^2 + |a_2(Z)|^2) / P_c \quad (3)$$

$$s_1(Z) = (|a_1(Z)|^2 - |a_2(Z)|^2) / P_c \quad (4)$$

$$s_2(Z) = [a_1^*(Z)a_2(Z)\exp(j(\Delta B + \phi)_2) + a_1(Z)a_2^*(Z)\exp\{-j(\Delta B + \phi)_2\}] / P_c \quad (5)$$

$$s_3(Z) = [a_1^*(Z)a_2(Z)\exp(j(\Delta B + \phi)_2) - a_1(Z)a_2^*(Z)\exp\{-j(\Delta B + \phi)_2\}] / P_c \quad (6)$$

を導入する。ここで

$$P_c = 8\kappa / (Q_1 + Q_2) \quad (7)$$

$$Z = kz \quad (8)$$

とおいた。式(7)の P_c はJensenが導入した臨界光電力⁽²⁾を線形の位相不整合量がある場合に拡張したものである。

また式(8)は光波の伝搬方向の距離 z に結合係数 κ を掛けて規格化した距離である。式(3)から(6)の実数量が満たす微分方程式は

$$\frac{ds_0}{dZ}=0 \quad (9)$$

$$\frac{ds_1}{dZ}=-2s_3 \quad (10)$$

$$\frac{ds_2}{dZ}=4m_e s_3 + 4s_1 s_3 \quad (11)$$

$$\frac{ds_3}{dZ}=2s_1 - 4m_e s_2 - 4s_1 s_2 \quad (12)$$

となる。ここで m_e は実効的な位相不整合量を表し

$$m_e = \Delta B / 4k + Q_m s_0 \quad (13)$$

で定義される。 Q_m は相対的な自己位相変調の係数であり

$$Q_m = (Q_1 - Q_2) / (Q_1 + Q_2) \quad (14)$$

で与えられる。

次に結合器は $z \geq 0$ の領域に存在するとし、境界条件として、 $z=0$ の点において、2つの導波路に光入力 $P_1(0)$ 、 $P_2(0)$ がある場合を考えると

$$|a_1(0)|^2 = P_1(0) \quad (15)$$

$$|a_2(0)|^2 = P_2(0) \quad (16)$$

である。これを規格化ストークス・パラメータの境界条件として表すと

$$s_0(0) = p_1(0) + p_2(0) = p_i \quad (17)$$

$$s_1(0) = p_1(0) - p_2(0) = p_d \quad (18)$$

$$s_2(0) = 2\{p_1(0)p_2(0)\}^{1/2} \cos(\theta_1 - \theta_2 - \phi) \quad (19)$$

$$s_3(0) = 2\{p_1(0)p_2(0)\}^{1/2} \sin(\theta_1 - \theta_2 - \phi) \quad (20)$$

となる。ここで θ_1 と θ_2 はそれぞれの導波路に入射する光波の初期位相である。

さて、微分方程式系(9)~(12)には、 Z の値に依らず一定の値となる2つの保存量

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = s_0^2 \quad (21)$$

$$\gamma = s_2 + s_1^2 + 2m_e s_1 \quad (22)$$

が存在する。この2つの不変量は(17)~(20)の境界条件から

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = p_i^2 \quad (23)$$

$$\gamma = p_d^2 + 2m_e p_d + 2\{p_1(0)p_2(0)\}^{1/2} \cos(\theta_1 - \theta_2 - \phi) \quad (24)$$

となる。従って、式(21)はストークス・パラメータ(s_1 、 s_2 、 s_3)の直交座標系で半径 p_i の球面を表し、式(22)は放物面を表す。この交線軌跡が求める運動軌跡である。

2. 運動軌跡の数値計算

本論文の解析は $\theta_1 - \theta_2 - \phi = 0$ の場合を仮定して行うものとする。これは結合係数の位相が0とみなせるとき各導波路の入射光が同相であることに対応するものである。また、本論文の数値解析はすべてベーシック(BASIC)でプログラムを作成した。

式(21)と式(22)を連立して、 s_2 を消去すると s_1 についての4次方程式 $g(s_1)=0$ が得られ、それと式(21)と(22)から $-p_i \leq s_3 \leq p_i$ の範囲で逐次数値計算して実数解を求め、運動軌跡(s_1 、 s_2 、 s_3)が得られる。4次方程式の解法は標準的なフェライの方法⁽¹⁰⁾に従った。また、運動軌跡はすべて球の半径を1になるように規格化し、透視図法を使い、隠線処理して立体表示するものである(図2参照⁽¹¹⁾)。

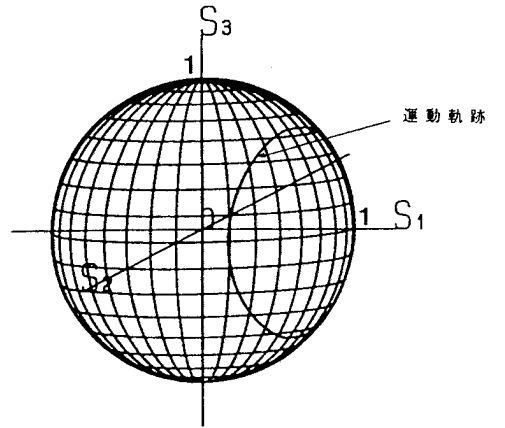


図2 運動軌跡の立体表示についての説明

図3は $\Delta \beta / \kappa = -1.0$ 、 $Q_m = 0$ 、 $p_1(0) = 0.2$ のとき、導波路2の入射電力を変化させた場合の運動軌跡であり、軌跡は1つの閉曲面上を運動している。このとき、運動軌跡はひとつの安定な領域内の運動である。

図4は $\Delta \beta / \kappa = -1.0$ 、 $Q_m = 0$ 、 $p_1(0) = 1.0$ のとき、導波路2の入射電力を変化させた場合であり、 $p_2(0) \neq 0$ のとき、軌跡は2つの閉曲面に分離している。軌跡が分離曲線になっていないとき、 $s_1(Z)$ は周期関数となることが

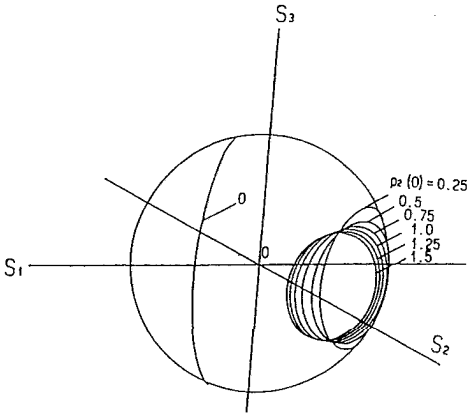


図3 運動軌跡($\Delta\beta/\kappa = -1.0, Q_m=0, p_1(0)=0.2$)

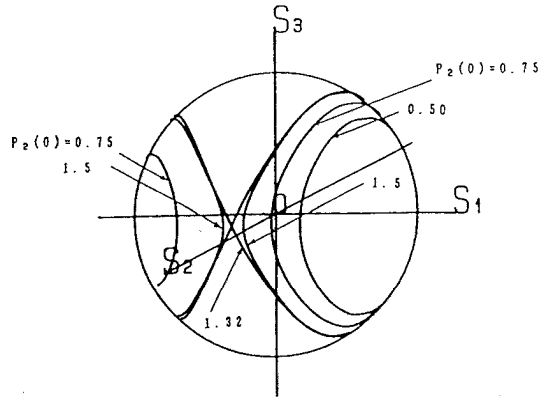


図5 運動軌跡($\Delta\beta/\kappa = 1.0, Q_m=0, p_1(0)=1.0$)

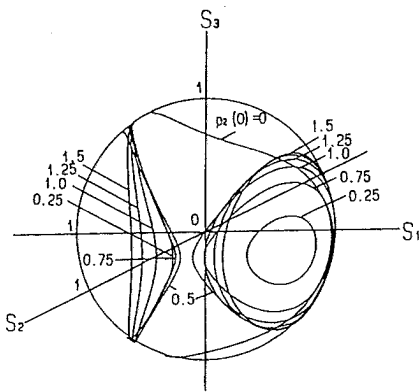


図4 運動軌跡($\Delta\beta/\kappa = -1.0, Q_m=0, p_1(0)=1.0$)

知られており、 $s_1(0)$ を考慮することにより、 $p_2(0)=0.25$ と0.5の場合は右側の閉曲面を運動し $p_2(0)=0.75\sim 1.5$ の場合は左側の閉曲面に移る。このとき規格化した光電力を意味する s_1 に注目すると、 $p_2(0)=0.5\sim 0.75$ において導波路2から導波路1への電力移行が優勢な状態から導波路1から導波路2の電力移行の優勢な状態に切り替わる。このような電力移行の状態の変化を与える $p_2(0)$ ではⅢ節で述べるように(図には示されていないが)分離曲線になり、そのときの運動の周期は無限大になり、実効的位相不整合量が0に近づいた状態になっていると考えられる。

図5は $\Delta\beta/\kappa = 1.0, Q_m=0, p_1(0)=1.0$ のとき、導波路2の入射電力を変化させた場合であり、運動軌跡は $p_2(0)=0\sim 0.5$ では1つの閉曲面になっていて、 $p_2(0)=0.5$ と0.75の間で1つの接点と1つの閉曲面になり、 $p_2(0)=0.75\sim 1.25$ では2つの閉曲面に分離し、 $p_2(0)=1.32$ で分離曲線になり、さらに $p_2(0)$ を大きくすると再び2つの閉曲面に分離する。図3の場合と同じ様に、分離曲線になる $p_2(0)$ において、導波路2から導波路1への電力移行が優勢な状態から導波路1から導波路2の電力移行の優勢な状態に切り替わる。また図4、図5で運動軌跡は1つの閉曲面から2つになるところと2つの閉曲面から分離曲線になるところでは不安定現象が起こっていると考えられる。

Ⅲ 分離曲線になる条件と運動の周期の計算

Ⅱ. 3節で述べたように、一方の入射光電力のみを増加させたとき、運動軌跡の形態の変化は以下の2つの場合である。

- (1) 1つの閉曲面から2つの閉曲面に移行する場合
- (2) 2つの閉曲面から分離曲線なり、再び2つの閉曲面に移行する場合

また、(2)の場合において電力移行の状態が分離曲線になる入射光電力の付近で変化する特性をもつ。そこで本節では、種々の線形の位相不整合量と相対的な自己位相変調の係数についてして運動軌跡が分離曲線になる場

合を調べ、それらのパラメータが空間結合特性に与える影響について述べる。

本論文では $\theta_1 - \theta_2 - \phi = 0$ の場合を仮定しているので付録に示す様に、 $f(s_1) = f(s_1) = (s_1 - p_0)h(s_1)$ ($h(s_1)$ は s_1 の3次式)であり、運動軌跡が分離曲線になるならば伝送特性の解析解は周期関数でなくなるので、このとき、 $f(s_1) = 0$ が実数の重根とそれと異なる2つの実数根をもち、ストークス・パラメータ空間において、必ず球面と放物面が接している。本研究では、球と放物面が接している条件、すなわち p_0 を重根にもつ場合の条件と、 $h(s_1) = 0$ がそれ以外の実数解を重根とする場合の条件を2つの入射光電力の関係として数値計算により求めた。従って $h(p_0) = 0$ と $(h(s_1) = 0 \text{ の判別式}) = 0$ になる場合の $p_1(0)$ 、 $p_2(0)$ を $\Delta\beta/\kappa$ と Q_m をパラメータとして10分法により数値解析を行い、その結果を図6、図7、図8及び図9

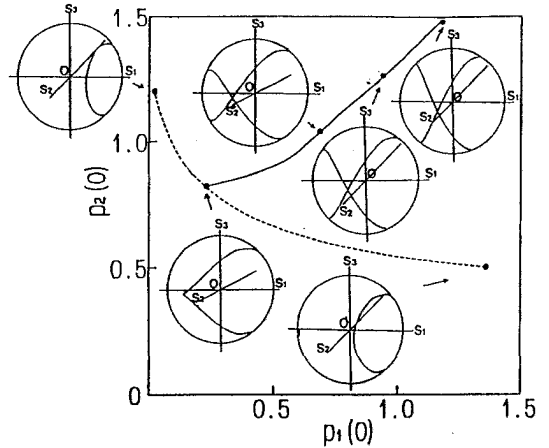


図7 球面と放物面が接する条件と運動軌跡

$$(\Delta\beta/\kappa = 1.0, Q_m = 0)$$

実線は運動軌跡が分離曲線になる場合を示し、破線は1つの閉曲面と1接点になる場合を示す。

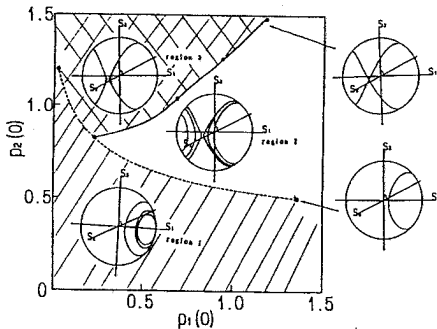


図6 球面と放物面が接する条件と運動軌跡

$$(\Delta\beta/\kappa = 1.0, Q_m = 0)$$

実線は運動軌跡が分離曲線になる場合を示し、破線は1つの閉曲面と1接点になる場合を示す。region 1 から region 3は運動軌跡の各安定領域を示す。

に示す。各図で実線は p_0 を重根にもつであり、破線は $(h(s_1) = 0 \text{ の判別式}) = 0$ である。図6は $\Delta\beta/\kappa = 1$ 、 $Q_m = 0$ の場合であり、運動軌跡が1閉曲面と1点になっている条件と分離曲線になる条件により分けられる3つの安定領域をもっていて不安定現象はその境界線を横切って運動軌跡が変化するとき起こる可能性がある。図7で各分離曲線を与える $p_1(0)$ と $p_2(0)$ は図10の運動の周期(付録参照)の極大値(無限大)に対応している。破線 $(h(s_1) = 0 \text{ の判別式}) = 0$ は1つ閉曲面と1接点になっていること

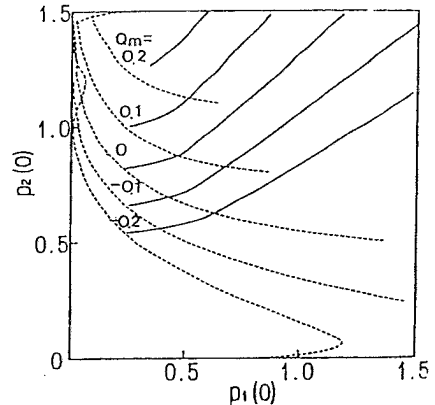


図8 球面と放物面が接する条件 ($\Delta\beta/\kappa = 1.0$)

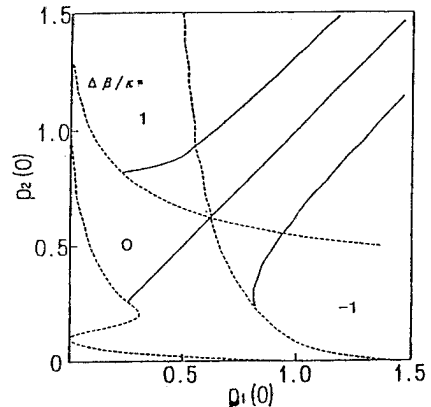


図9 球面と放物面が接する条件と運動軌跡 ($Q_m = 0$)

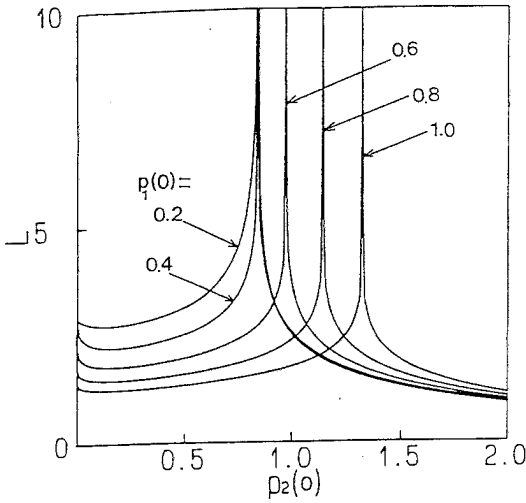


図10 規格化した運動周期と規格化光入力の関係
($\Delta\beta/\kappa=1.0, Q_m=0$)

図で周期最大値が無限大を示す。

を示して、交点では3重根になっている。また、図8は $\Delta\beta/\kappa=1$ で Q_m をパラメータとした場合である。 Q_m が増加すると、両方の導波路の入射電力が一定の場合、導波路1の非線形屈折率の位相シフトは単調に実効的位相不整合量を増加するように働いてくるので、実効的位相不整合量を小さくして0に近づいた状態にするための位相シフトを与えるためには、導波路2の入射電力を増加させなければならないことを示している。図9は $Q_m=0$ で $\Delta\beta/\kappa$ をパラメータとした場合である。両導波路の入射電力が等しいとき非線形屈折率による位相シフト量が等しくなる。従って線形の位相不整合がない場合 ($\Delta\beta/\kappa=0$)、両導波路の入射電力が同じ大きさのところでは非線形屈折率の効果による位相整合がおこると考えられる。 $\Delta\beta/\kappa=-1$ と 1 の場合は、 $\Delta\beta/\kappa=0$ の場合を与える直線に対して線対称になっている。

IV 結論

線形の位相不整合量をもつ非線形方向性結合器において、2つの導波路に光が入射したとき、従来タイプの結合モード方程式を使って結合器の特性をストークスパラ

メータの運動軌跡として表現し、一方の導波路の光入力のみを増加させるとき分離曲線を与える入射電力の前後で大きな電力移行が行われる場合があることを示した。さらに運動の形態を分類し、線形の位相不整合量と相対的な位相変調の係数が運動軌跡に与える影響を数値解析により検討した。

その結果、各運動は1閉曲面と1点になっている条件と分離曲線になる条件により分けられる3つの安定領域をもち、一方の光入力のみを変化させ、運動軌跡がそれらの条件を境界として一方の安定領域から他方の安定領域に移行するとき、不安定現象となる可能性を示した。また、分離曲線になる時、運動の周期が無限大になることを示している。また、 $\Delta\beta/\kappa>0$ の場合 $Q_m<0$ にすること、あるいは $\Delta\beta/\kappa<0$ にすることにより分離曲線を与える入射電力が小さくなることを示している。

本論文では、 $\theta_1-\theta_2-\phi=0$ を仮定し、結合器の運動軌跡の解析を行ったが、入射光の位相差があり $\theta_1-\theta_2-\phi \neq 0$ になる場合も加味する必要があると考えられるがその検討は今後の課題である。その場合、本解析の結果は、結合係数の位相差が無視できる場合、入射光が同位相のときの解析であると考えられる。また、結合係数や自己位相変調の係数が未評価のままであり、この点を検討することも今後の課題であるが、そのためには非線形の5層スラブ導波路の電磁界解析によりこれらの係数を評価することが必要である。

謝辞

日頃より御指導御鞭撻頂く本校戸沢一光校長、討論して頂いた本校機械システム系森田永雄教官に深く謝意を表す。

付録 運動の周期について

式(10)から(12)の結合微分方程式をs1についての微分方程式に変形する。式(10)をs3について解き、式(11)に代入し、その両辺をZについてZ=0からZ=Zまで積分すれば

$$s_2 = -s_1^2 - 2m_e s_1 + \gamma \quad (A1)$$

となる。式(10)をZについて微分し、式(12)と(A1)を代入すれば

$$\frac{d^2 s_1}{dZ^2} = -8s_1^3 - 24m_e s_1^2 - 4(4m_e^2 - 2\gamma + 1)s_1 + 8m_e \gamma \quad (A2)$$

となる。式(A2)の両辺に2(ds1/dZ) を掛け、Z=0からZ=Zまで積分すると

$$\left(\frac{ds_1}{dZ}\right)^2 = -4(s_1^4 + a_1 s_1^3 + a_2 s_1^2 + a_3 s_1 + a_4) \quad (A3)$$

となる。ここで

$$a_1 = 4m_e$$

$$a_2 = 4m_e^2 - 2\gamma + 1$$

$$a_3 = -4m_e \gamma$$

$$a_4 = -Pd^4 - 4m_e Pd^3 - (4m_e^2 - 2\gamma + 1)Pd^2 + 4m_e \gamma Pd$$

である。(27)式の右辺のs1についての4次方程式をf(s1)と定義すると、求める運動の周期はf(s1)=0が2つの実根と2つの虚根をもつ場合と4つの異なる実根をもつ場合とで異なる表式になる。まず、4次方程式が2実根y1とy2(y1 > y2)及び2虚根y3=y3R+jy3Iとy3*=y3R-jy3Iをもつ場合、κで規格化した運動の周期をLとすれば

$$\int_{y_2}^{y_1} \frac{ds_1}{\{(y_1-s_1)(s_1-y_2)(s_1-y_3)(s_1-y_3^*)\}^{1/2}} = \frac{L}{2} \quad (A4)$$

と表される。変数変換

$$x = \frac{A(s_1-y_2)-B(y_1-s_1)}{A(s_1-y_2)+B(y_1-s_1)} \quad (A5)$$

を行って、この積分を楕円積分の標準形に変形することによって

$$L = \frac{2}{AB} K(k) \quad (A6)$$

となる。ここで実際の運動の周期ℓはL=κℓの関係にある。また、K(k)は第1種完全楕円積分であり母数kは

$$k = \left\{ \frac{(y_1-y_2)^2 - (A-B)^2}{4AB} \right\}^{1/2} \quad (A7)$$

であり、AとBは

$$A^2 = (y_1-y_{3R})^2 + y_{3I}^2 \quad (A8)$$

$$B^2 = (y_2-y_{3R})^2 + y_{3I}^2 \quad (A9)$$

で与えられる。

4次方程式が4実根y1、y2、y3、y4(y1 > y2 > y3 > y4)とするをもつ場合、

$$x = \left\{ \frac{(y_2-y_4)(y_1-s_1)}{(y_1-y_2)(s_1-y_4)} \right\}^{1/2} \quad (A10)$$

の変数変換を行って、y1 > p_d > y2 > y3 > y4とy1 > p_d >

y2 > y3 > y4の場合それぞれ、

$$\int_{y_2}^{y_1} \frac{ds_1}{\{(y_1-s_1)(s_1-y_2)(s_1-y_3)(s_1-y_4)\}^{1/2}} = \frac{L}{2} \quad (A11)$$

$$\int_{y_2}^{y_1} \frac{ds_1}{\{(y_1-s_1)(s_1-y_2)(s_1-y_3)(s_1-y_4)\}^{1/2}} = \frac{L}{2} \quad (A12)$$

の積分を行うことにより、いずれも

$$L = \frac{2}{\{(y_2-y_4)(y_1-y_3)\}^{1/2}} K(k) \quad (A13)$$

となる。また母数kは

$$k = \left\{ \frac{(y_1-y_2)(y_3-y_4)}{(y_2-y_4)(y_1-y_3)} \right\}^{1/2} \quad (A14)$$

で与えられる。

また、この数値計算はテータ関数による級数展開による方法を採用し、その計算精度はk ≤ sin85° = 0.996のとき有効数字5桁まで正しく計算されていることを第1種完全楕円積分の数表⁽¹²⁾により確認している。また(A3)式において右辺=0の式をf(s1)とすると本解析ではθ1-θ2-φ=0の場合を仮定しているのでf(s1)=(s1-p_d)h(s1) (h(s1)はs1の3次式)であり、p_d以外の根を標準的なカルダノの方法⁽¹⁰⁾によりy1、y2、y3、y4を数値計算している。

[参考文献]

- (1) 矢島達夫編: "超高速光技術", 丸善(1990).
- (2) S.M.Jensen: "The Nonlinear Coherent Coupler", IEEE J.Quantum Electron., vol. QE-18, p.1580(Oct. 1982).

- (3) B.Daino et al.:"Stability analysis of nonlinear-coherentcoupling",J.Appl.Phys.Lett.,vol.58,P.4512 (Dec. 1985).
- (4) 高井:"位相不整合量をもつ非線形方向性結合器の光パルス圧縮特性",平成2年度電気関係学会東北支部連合大会講演論文集,p.140(1990-08).
- (5) 前田、他:"制御光を用いた位相不整合な非線形方向性結合器の数値解析",電学会電磁界理論研資,vol. EMT92-22,P.41(1992-06).
- (6) 高井、他:"線形の位相不整合量をもつ非線形方向性結合器",平成3年度電気関係学会東北支部連合大会講演論文集,p.78(1991-08).
- (7) 須田、他:"線形の位相不整合量をもつ非線形方向性結合器の運動軌跡",平成3年度電気関係学会東北支部連合大会講演論文集,p.79(1991-08).
- (8) 須田、他:"線形の位相不整合量をもつ非線形方向性結合器の運動軌跡Ⅱ",第46回応用物理学会東北支部連合大会講演論文集,p.27(1991-12).
- (9) S.Trillo et al.:"Nonlinear Nonreciprocity in a Coherent Mismatched Directional Coupler", Appl.Phys.Lett.,vol.49,p.752(Sept.1986).
- (10) 例えば、戸川 隼人:"数値計算法",コロナ社(1981).
- (11) 例えば、森 正武:"曲線と曲面",教育出版(1986).
- (12) M.Abramowitz et al.:"Handbook of Mathematical Functions",Dover(1965).