

引張強度を求める簡易方式と有限要素解析の比較

—特にヤング率とポアソン比の影響について—

青森職業能力開発短期大学校 工 藤 裕 之・中 谷 隆 道

A Comparison between a Simple Method and Finite Element Analysis for Tensile Strength
Hiroyuki KUDŌ, Takamichi NAKAYA

要約

岩石等のぜい性材料の引張強度を簡単に求める方法として、圧裂引張試験から求める方法⁽¹⁾(以下、圧裂引張方式と呼ぶ)が一般に使用されている。この圧裂引張方式は、容易な試験及び計算から迅速に引張強度を得ることができるという特徴を持っているが、一般に均質材料を対象としている。さらに、トンネル等の地下空間を掘削すると層理面から天盤が落盤する場合が度々認められる。このような場合、事前に境界面の引張強度を調べて対処する必要がある。本報告では、層理境界面においてヤング率とポアソン比が異なると考えられるような場合に、圧裂引張方式を使用する可能性を有限要素解析との比較により検討している。その結果、ヤング率については材料間の比が0.75で補正により使用可能、0.50で補正に難があるもののぜい性材料のばらつきを考慮すると可能性が残されることが推定された。またポアソン比の影響はほとんどないと考えられた。

I はじめに

岩石等のぜい性材料の引張強度を簡単に求める方法として、圧裂引張方式が一般に使用されている。この圧裂引張方式は、引張破壊面を特定できること、試験及び試験片の加工が容易であるという特徴から広く使用されていると考えられる。

さらに、トンネル等の地下空間を掘削すると図1のような層理面から天盤が落盤する場合が度々認められる。このような場合、境界面の引張強度を事前にしかも迅速に調べて対処しなければならないので、圧裂引張方式を使えば、非常に便利と考えられる。

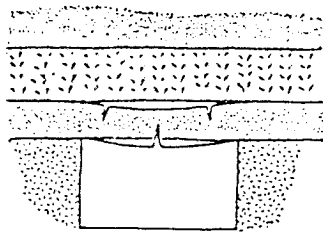


図1 地下空間の層理と破壊

本報告では、層理境界面においてヤング率とポアソン比が異なると考えられるような場合に、圧裂引張方式を使用する可能性を有限要素解析との比較により検討したことについて報告する。

II 圧裂引張方式

図2に示すように、直径D、厚さLの円柱のぜい性材料に集中荷重Pをかけた時、A点におけるX方向、Y方向の応力は次式のようなになる。

$$\sigma_x = -2P/\pi L \cdot (\sin^2 \theta_1 \cdot \cos \theta_1 / r_1 + \sin^2 \theta_2 \cdot \cos \theta_2 / r_2) + 2P/\pi DL \quad (1)$$

$$\sigma_y = -2P/\pi L \cdot (\cos^3 \theta_1 / r_1 + \cos^3 \theta_2 / r_2) + 2P/\pi DL \quad (2)$$

(1)、(2)式より縦の中心線上でのX方向、Y方向の応力

σ_x と σ_y は、 $\theta_1 = \theta_2 = 0$ から

$$\sigma_x = 2P/\pi DL \quad (3)$$

$$\sigma_y = -2P/\pi L \cdot (1/r_1 + 1/r_2) + 2P/\pi DL \quad (4)$$

となる。

(3)、(4)式から円板の中心線に沿った各点の応力状態は、図3のようなになる。すなわちX方向の引張応力は一定であるが、Y方向の圧縮応力は中心点に近づくに

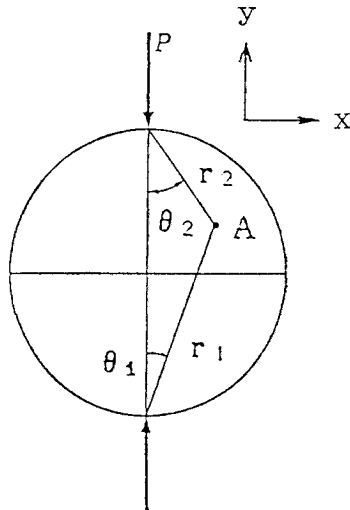


図2 円板の上の座標

つれて急激に大きくなった後、徐々に一定の値に近づき、中心点付近では完全に一定となる。また、中心点付近では引張と圧縮の応力の比は1対3となっている。

ぜい性材料の引張強度と圧縮強度の比は一般に1対10~15であるため、このような応力状態では、ぜい性材料は圧縮破壊をする前に引張破壊を生じる。

この結果、破壊時の荷重を測定すれば(3)式から容易にしかも迅速に引張強度 σ_t を求めることができる。これが圧裂引張方式であり、特に原位置で引張強度を求めたいとき有効である。

しかし、(3)式は、一般に円板が均質材料の時に成り立つものであるのに対し、今回、対象に考えている層理面は、引張強度を求めたい面の両側が異なる材質となっている。そこで、今回は、中心線の左右の材質が完全に異なるような場合（特に左右の材料のヤング率及びポアソン比が異なる）に(3)式のような簡便な式を使う可能性を有限要素解析と比較することにより検討した。

III 有限要素解析

有限要素解析には、INTERGRAPH社のIntergraph252と有限要素解析ソフト（IRM）を弾性平面応力状態で使用した。

図4は使用した要素分割図である。要素は三角形及び四角形の1次要素である。また分割は、荷重点付近の応力が急激に変化することを考慮して、荷重点に近いほど細かく、離れるほど粗くなるようにした。

円板の直径100mm、要素数2832であり、中心点でX、

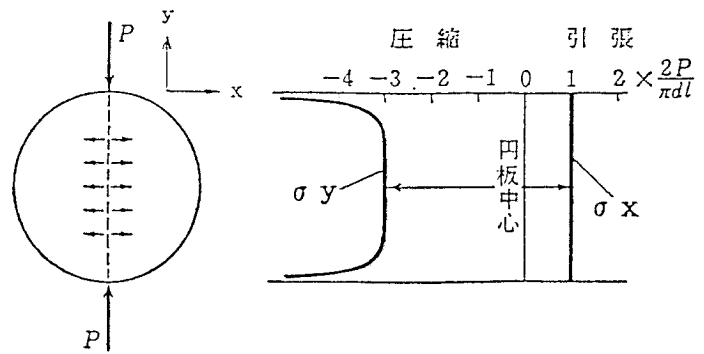


図3 円板の中心線に沿った各点の応力

表1 有限要素解析の計算精度

有限要素解析による σ_x [N/mm ²]	(3)式による σ_x [N/mm ²]	精度 [%]
1.2730 $\times 10^{-3}$	1.2732 $\times 10^{-3}$	99.98

*直径100mm,厚さ50mm,荷重10N,ヤング率 2.1×10^4 ,ポアソン比0.3

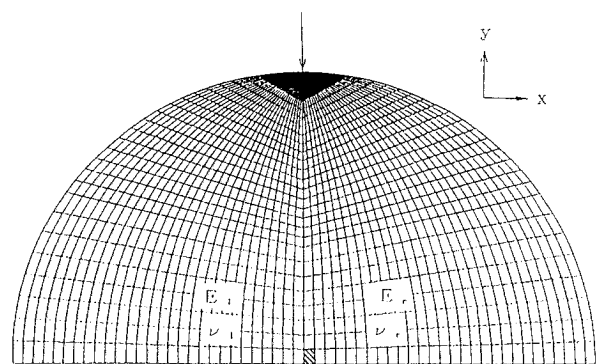


図4 要素分割図（要素数=2832、集中荷重=10N）

Y方向固定、X方向の直径上の点でX方向自由、Y方向固定、その他の点でX、Y方向自由となっている。荷重は集中荷重として10Nを与えた。

また、この分割図の中心点付近（図中の斜線部分）において、有限要素解析と(3)式により求めた値を比較した結果、表1に示すようになり、精度が99.98%であることがわかった。

1 ヤング率の影響

ヤング率の影響を調べるために、図4の要素分割図を縦の中心線を境に二つに分け、右側の部分のヤング

率を一定とし、左側のヤング率を右側のその1倍、0.75倍、0.50倍、0.25倍（以下これらの数値を E_l/E_r と呼ぶ）と変え、 σ_x の分布を求めた。

図5は縦の中心線上のX方向の応力分布を示す。縦軸にX方向の応力、横軸に縦中心線上における中心からの距離を示す。破線は(1)式による中心線上の応力の分布を示している。○印、△印、□印、■印は、それぞれ $E_l/E_r=1, 0.75, 0.50, 0.25$ に相当し有限要素解析により求めた結果である。

破線に注目すると、半径の約0.8までは一定の応力を示すがそれ以降は急激に小さくなり、図3のものとなっている。これは比較する有限要素解析による応力が各要素内部の平均値であるために、縦中心線より右

に0.01mmの距離における応力を計算したからであると考えられる。

$E_l/E_r=1.00$ (○印)のものは、理想的には破線と一致しなければならないものであるが、半径の0.45付近から少しずつずれ始め、0.8付近から激減している。

$E_l/E_r=0.75$ (△印)の場合の曲線は、 $E_l/E_r=1.00$ の場合とほとんど相似であるため、(3)式に一定の係数を掛けることにより補正可能と考えられる。

$E_l/E_r=0.50$ (□印)の場合は、 $r=0.5$ 以降で $E_l/E_r=1.00$ の場合と減少傾向が異なるため、補正係数のみでは対応できない場合もあると推察される。

$E_l/E_r=0.25$ (■印)の場合は、初めから、 $E_l/E_r=1.00$ の場合と異なることから、(3)式を用いることがで

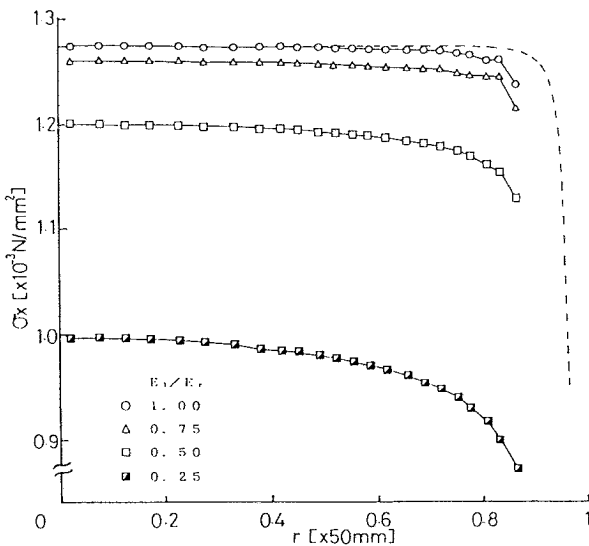


図5 中心線に沿った σ_x の変化

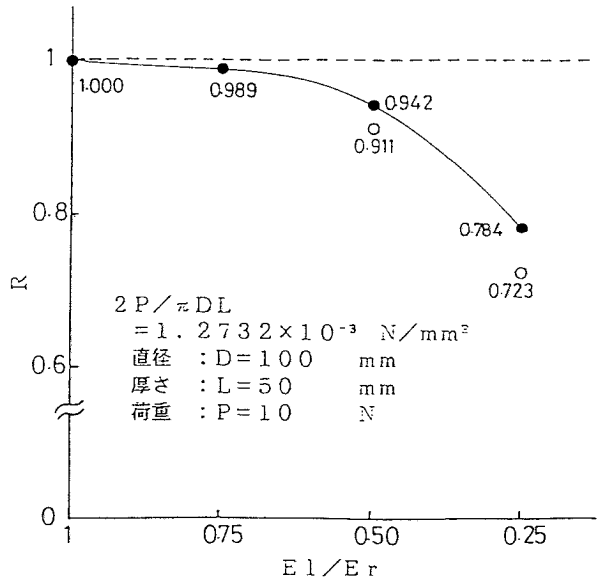


図6 Rと E_l/E_r の関係 (●印：中心付近におけるR、○印：中心からY方向に距離 $r=0.8$ におけるR)

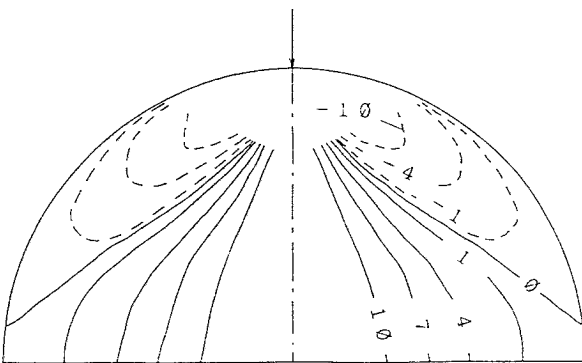


図7 σ_x の分布図 ($E_l/E_r=1$ 、 $\nu_l/\nu_r=1$ 、単位： $10^{-4}N/mm^2$)

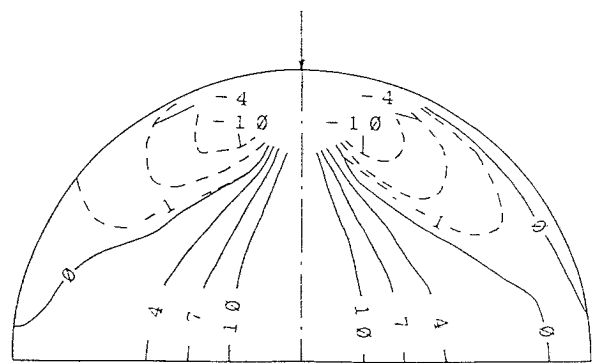


図8 σ_x の分布図 ($E_l/E_r=0.75$ 、 $\nu_l/\nu_r=1$ 、単位： $10^{-4}N/mm^2$)

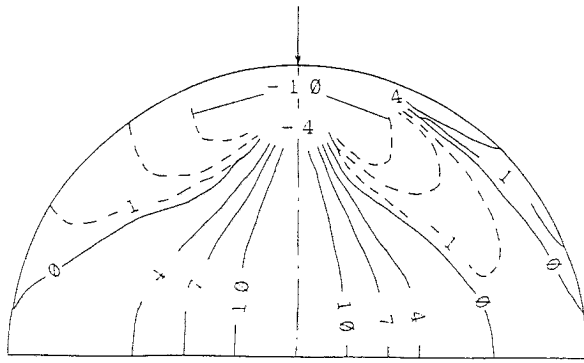


図9 σ_x の分布図 ($EI/Er=0.50$, $\nu_l/\nu_r=1$,
単位: $10^{-4}N/mm^2$)

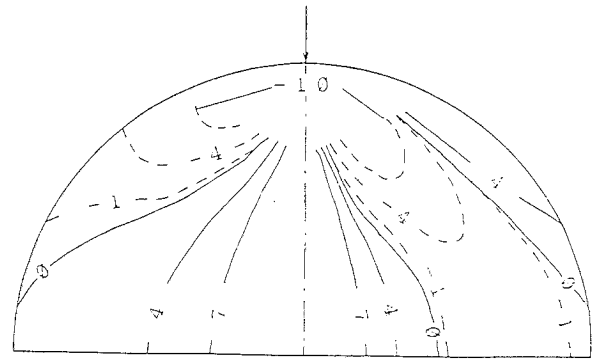


図10 σ_x の分布図 ($EI/Er=0.25$, $\nu_l/\nu_r=1$,
単位: $10^{-4}N/mm^2$)

きないと推察される。

図6は、有限要素解析による中心付近における応力 σ_{FEA} と(3)式による応力 σ_x の比(●印: 以下 σ_{FEA}/σ_x をRと呼ぶ)の変化を示したものである。

図において、 $EI/Er=0.75$ の時のRは0.989、 $EI/Er=0.50$ の時は0.942、 $EI/Er=0.25$ の時は0.784となり、 EI/Er が小さくなるにつれてRは小さくなる。従って、 $EI/Er=0.75$ の時の補正係数は0.989となる。

○印は中心からの距離 $r=0.8$ におけるRを示したものである。その値は $EI/Er=0.50$ で0.911、 $EI/Er=0.25$ で0.723となっている。すなわち、断面積の80%において、 $EI/Er=0.50$ で8.9%、 $EI/Er=0.25$ で27.7%以下の誤差であることがわかる。

従って、特に $EI/Er=0.50$ の場合には、図5の $EI/Er=1$ の曲線とは相似ではないが断面積の80%で8.9%以下の誤差であることとぜい性材料のばらつき(均一性係数: セメントモルタルの一軸圧縮試験で11.7~20.7、鋼鉄の一軸引張試験で23.3、花崗岩の一軸引張試験で5.3)⁽²⁾がかなり大きいことを考慮すると、対象となる材料によっては、(3)式使用の可能性は残されていると考えられるものの、これについては後に実験により確かめる必要がある。

参考までに、 σ_x の分布図を図7から図10に示す。等応力線において、実線は引張、破線は圧縮である。

応力分布は、 $EI/Er=1$ の場合には軸対称となっているが、 EI/Er が小さくなるにつれて軸対称が徐々にくずれて行き、 EI/Er が0.5、0.25になると、左右の応力分布の形が完全に非対称となる。これらのことから、左右のヤング率の違いが明らかに影響することがわかる。

2 ポアソン比の影響

ヤング率の場合と同様に、図4において、右側のポアソン比を一定とし、左側のポアソン比を右側の0.50倍、0.17倍(以下これらの数値を ν_l/ν_r と呼ぶ)と変えて有限要素解析を行った。

図11はR- ν_l/ν_r 関係を示したものである。

$\nu_l/\nu_r=0.50$ の時のRは1.000、 $\nu_l/\nu_r=0.17$ の時は1.001であり、ポアソン比の影響はほとんどないことがわかる。これは、平面応力状態では、ポアソン比 ν の変化が応力に影響を及ぼさないことを示す一例であろう。

その結果、応力分布についても、 $\nu_l/\nu_r=0.17$ の場合でさえも $\nu_l/\nu_r=1.00$ に相当する図7とほとんど同じものが得られた。

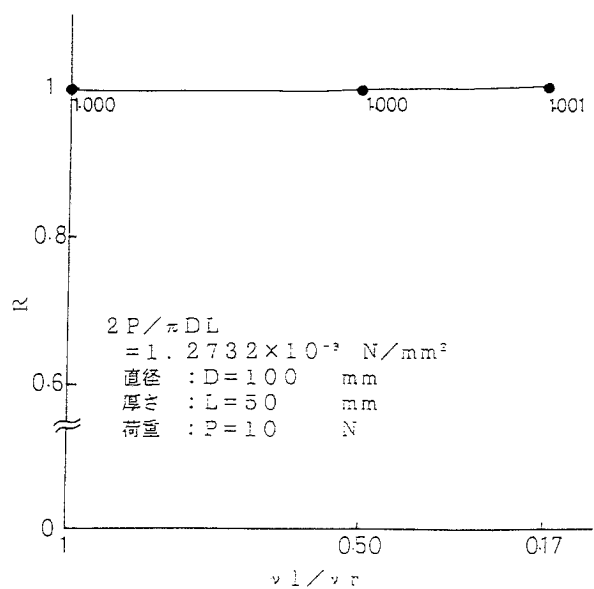


図11 Rと ν_l/ν_r の関係

IV 結言

圧裂引張方式と有限要素解析の比較によりヤング率とポアソン比の影響を検討した結果、本解析の範囲内において、次のような結論を得た。

- 1) ヤング率の比が $E_l/E_r=0.75$ の場合、補正係数を使用することにより圧裂引張方式を使用することができると考えられる。
- 2) $E_l/E_r=0.50$ の場合は、補正係数による補正には問題があるものの、断面積の80%で8.9%以下の誤差であることとぜい性材料のばらつきの大さを考慮すると、対象となる材料によっては、圧裂引張方式使用の可能性は残されていると考えられる。
- 3) ポアソン比については、実際上考慮する必要がないと考えられる。

参考文献

- (1) 山口梅太郎他、岩石力学入門、東京大学出版会
(1975年 p124-126)
- (2) 山口梅太郎他、前出(1) (p102)