

超音波法による摺動時の摩擦力評価

新潟職業能力開発短期大学校

尾田 雅文*

Ultrasonic evaluation of traction force at the interface in sliding contact

Masafumi ODA

要約

超音波法を利用した摩擦力の評価方法に関する基礎的研究の一環として、ウェブレット解析を利用して超音波の伝播速度を求め、音弾性則及び差分法より摩擦力を評価する手法を提案するとともに、本法をSKD11製試験片が、アルミナセラミクス製プレート上を摺動する場合の摺動初期の摩擦力評価に適用し、本測定法の有効性の検討を行った。すなわち、摺動するSKD11試験片に超音波探触子を設置し、試験片内を伝播する超音波の波形を前述の手法を利用して、摺動面に分布する摩擦力を決定した。また、摩擦係数、摺動時のAE及び接触表面の3Dトポグラフィ等を測定し、これらと摩擦力評価結果と比較検討し、なじみ過程における摺動面形状と摩擦力の関係を示した。

1 緒言

音弾性、すなわち固体内を伝播する超音波の音速が応力依存性を有することをBruce¹⁾、Allen²⁾、Dike³⁾をはじめ、これまでに多くの研究者^{1)~4)}が報告している。

超音波による実験的応力解析法は、非破壊な検査方法である他に、以下に示す特徴を有する。

- (1) 応力の定量測定が可能である。
- (2) 応力測定は、高分子材料等のような粘弾性を有する材料や、繊維材のような異方性を有する材料でも可能である。
- (3) 応力測定と同時に内部欠陥の測定も可能である。

さらには、光弾性法⁵⁾のように、測定対象物である透明な樹脂モデルを作成する必要がなく、実物の応力の測定に適している。

一方、機械や構造物の摺動部材に作用する接触圧力や摩擦力等は、摩擦・摩耗特性に極めて大きな影響を及ぼす。このことから、摺動部の応力状態を正確に評価すれば、摺動部材の寿命予測や合理的な設計を行う上で貴重なデータが提供される。このような観点から、摺動面に作用する応力評価に関する研究が多数行われており、例えば、濟木等^{6)~8)}は潤滑を施したリングー軸

間に作用する摩擦係数を測定するとともに、超音波法を用いて摺動部の真実接触面積を評価し、これらと比較検討した結果、超音波を利用した摩擦力測定法の可能性を示している。しかしながら、超音波の反射波特性は接触面の表面粗さの影響を大きく受けることから、このような手法を利用して実際の摺動時の摩擦力を評価するためには、摺動面が定常状態である必要があること、さらには潤滑油の温度及び油膜の厚さならびに接触圧力の大きさ等を考慮した膨大な基礎データを蓄積しておく必要がある。

一方、摺動面は摺動初期に最も潤滑条件等が過酷な状態になり易いことから、安定した摺動状態を得るためには、摺動初期の摩擦挙動を十分に把握しておく必要がある。このような観点から、鏡⁹⁾は銅材で作成したピンとリングの摩耗実験を行い、摺動初期における摩擦面形状を、コンピュータ支援型の表面粗さ計を用いて3次元的に計測するとともに、摩擦係数の変化との相関を詳細に調べている。しかしながら、ここで測定した摩擦係数は摺動部材を移動させるために要した荷重から求めたものであり、見かけの接触領域において摩擦力が一様に分布しているものと仮定している。

そこで、本研究では超音波法を利用した摩擦力の評

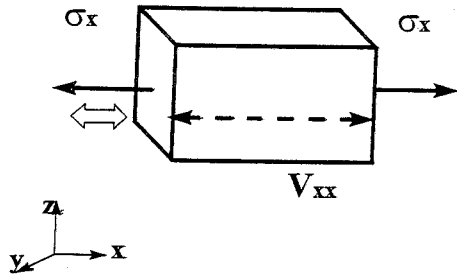


図1 縦波の音弾性則

価方法のための基礎的研究¹⁶⁾の一環として、アルミナセラミクス製プレート上をSKD11試験片が摺動する場合の摺動初期の摩擦力の分布を、音弾性を利用して評価する方法を提案するとともに、本法を摺動初期なじみ過程において摺動面に作用する摩擦力の評価に適用し、得られた結果の検討・考察を行った。

II 時間一周波数2次元解析を利用した応力測定

1. ウェブレット変換

図1のように物体内に単純応力 σ_x が作用する場合、次式で示される縦波の音弾性則が成立する。

$$\frac{V_{xx} - V_{xx}^0}{V_{xx}^0} = C_B \cdot \sigma_x \quad \dots(1)$$

ここで、 V_{xx} 及び V_{xx}^0 は負荷時及び無負荷時の縦波の音速をそれぞれ示している。また、 σ_x は x 方向の垂直応力、 C_B は音弾性定数を示している。本研究では音速度を決定する際に、測定時の精度及び感度を考慮して次式で示す積分ウェブレット解析^{16)・18)}の手法を適用した。

$$(W\phi f)(b,a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \phi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad \dots(2)$$

ここで、 $f(t)$ は測定した超音波波形、 a は周波数、 b は時間を表す変数であり、 $a > 0$ である。また、 ϕ は複素共役を示す。次式は関数 $\phi(t)$ の許容条件である。

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\phi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad \dots(3)$$

本研究では基本ウェブレットとして次式で示すGabor関数を採用した。

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \sqrt{\frac{\omega_p}{\gamma}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p t}{\gamma}\right)^2 + i\omega_p t\right] \quad \dots(4)$$

$$\hat{\phi}(\omega) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt[4]{\pi}} \sqrt{\frac{\gamma}{\omega_p}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{\omega_p}\right)^2 (\omega - \omega_p)^2\right] \quad \dots(5)$$

Gabor関数は許容条件、すなわち式(3)を厳密には満足しないものの、

$$\gamma = \pi \sqrt{2/\ln 2} \approx 5.336$$

とすれば近似的に満足し、基本ウェブレットとして使用できることが知られている¹⁷⁾¹⁸⁾。また、 ω_p/a が角周波数に一致するように、

$$\omega_p = 2\pi$$

とした。

ウェブレット解析では、この時刻 b を利用して、波動のデータを時間一周波数解析することにより、波動の各周波数成分の群速度が同定可能であるのみならず、分散関係を調べることが可能である。本研究では、この性質を利用して、反射波形を詳細に解析する。

2. 応力と音速の関係

試験片に作用する応力と音速の関係、すなわち音弾性係数を明らかにするために、図2に示す装置を用いた。図に示すように、断面寸法が19mm×20mmのSKD11試験片に公称周波数10MHz、振動子直径がそれぞれ $\phi 5$ mm及び $\phi 6.4$ mmの垂直型縦波探触子を45度の斜面を有するアタッチメントを介して取り付けられた。

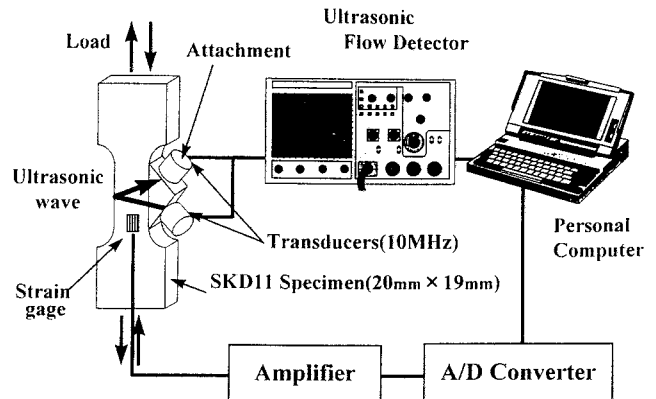


図2 較正実験装置

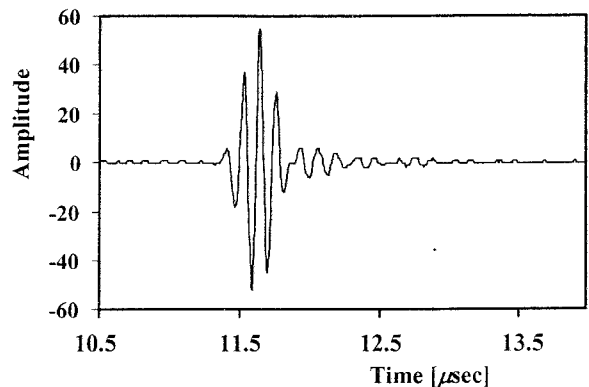


図3 反射波形の一例

試験片に圧縮荷重及び引張荷重をそれぞれ3 kNまで負荷し、振動子直径φ5 mmの探触子で発信した超音波が、探触子設置面と対称となる面に反射した後にφ6.4mmの探触子で受信した。得られた反射波を超音波探傷器で検出し、パーソナルコンピュータで記録・解析した。なお、超音波の伝播特性を考慮し、接触媒質としてグリセリン溶液を利用した。また、金属組織による音速の影響を考慮し、SKD11試験片の長手方向を圧延方向と一致させた。

図3に得られた反射波形の一例を示す。また、この波形を式(2)を利用してウェレット変換した結果を図4に示す。図の横軸は時間、奥行きは周波数、縦軸は

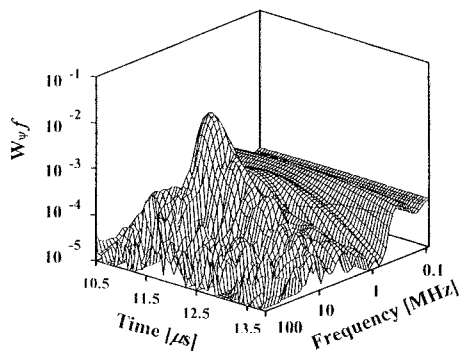


図4 反射波のウェレット変換結果の一例

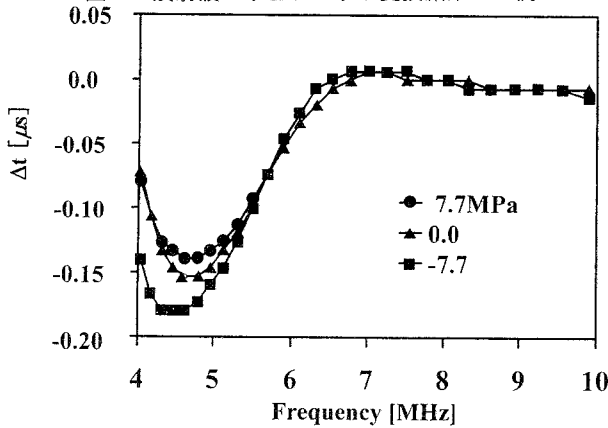


図5 周波数とΔtの関係

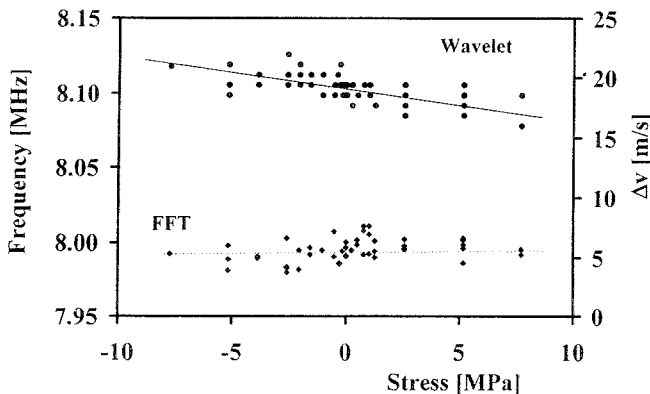


図6 ΔVと垂直応力の関係

ウェレット積分値 $W_{\phi f}$ をそれぞれ示している。図の中心付近のピークは反射波に対応しており、そのピーク周波数は約8 MHzである。

図5に各周波数で $W_{\phi f}$ が最大となる時刻と周波数の関係を示す。図の横軸は周波数、縦軸は時間差 Δt をそれぞれ示す。なお、縦軸の時刻は、得られた反射波の中心周波数を考慮して、周波数8 MHzで $W_{\phi f}$ が最大値を示す時刻を基準とし、各周波数で $W_{\phi f}$ が最大値を示す時間差 Δt を示した。図より、無負荷時、引張及び圧縮時にかかわらず、5 MHz付近の周波数帯では他の周波数帯よりも早い時刻で $W_{\phi f}$ の値が最大値を示すことが解る。また、この時刻差は試験片に作用する応力に依存し、引張荷重が作用する場合には、時間差 Δt は減少し、圧縮荷重が作用する場合に於いては増加している。 $W_{\phi f}$ が最大値となる時刻は各周波数における超音波の到達時刻と考えられることから、5 MHz及び8 MHzにおける時間差 Δt を求め、これより次式を利用して速度差 ΔV を求めた。

$$\Delta V = l / \Delta t \quad \dots(6)$$

ここで、 l は超音波の伝播距離を示す。

図6は速度差 ΔV と試験片に作用する応力の関係を示す。引張応力が大きくなるに従って ΔV は減少傾向を示す。また、同図中には反射波形をフーリエ解析し、反射波のパワースペクトルを求め、試験片に作用する応力とピーク周波数の関係を求めた結果をあわせて示している。引張応力が増加するに従い、フーリエ解析より求めたピーク周波数は増加するものの、その差は極めてわずかである。よって、ウェレット解析を利用する波形解析手法は、フーリエ解析を利用する方法に比べ、測定感度の点から有利と考えられる。

III 実験装置と実験方法

1. 実験方法

図7に摺動時の摩擦力を測定するために用いた実験システムの概略を示す。実験装置はピン-オン-ディスク型摩耗試験機を利用し、回転角120度だけ揺動回転運動するターンテーブル上に、アルミナセラミクス製プレート(100mm×100mm×10mm)を固定した。これに厚さ20mm、接触面形状が長方形(45mm×30mm)のSKD11試験片をアルミナセラミクス製プレートが下方を左回転で通過する時に、プレート表面に対し鉛直方向に4.9kNで押し付けた。公称周波数10MHz、振動子直径がそれぞれφ5.0mm及びφ6.4mmの縦波垂直型探触子をアタッチメントに装着した後に

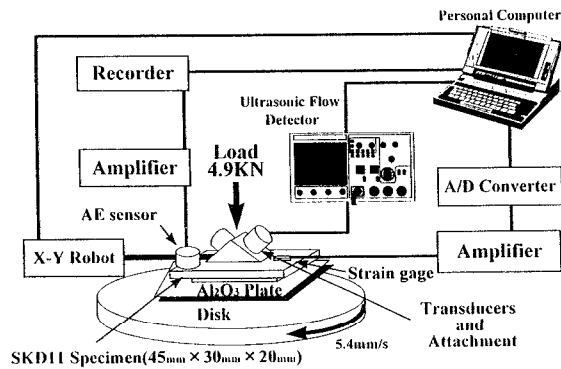


図7 摩擦力測定システム概略

表1 アルミナセラミックスの特性

		Property
Density		3.92 g/cm ³
Fracture toughness		4.5 MPa m ^{1/2}
Bending strength		356 MPa (JIS R1601)
Young's modules		381 GPa
Hardness [Hv]		1620 (Load 98N)
Heat transfer		31.0 W/mk
Purity	Al ₂ O ₃	> 99.7 (Wt%)
	MgO	0.075
	SiO ₂	0.070
	Na ₂ O	0.034
	Fe ₂ O ₃	0.011
	TiO ₂	0.003
	CaO	0.047

摺動方向に配し、SKD11試験片上をX-Yロボットを用いて摺動方向中心線上を50mm/sで走査した。走査時において、1mm移動するごとに振動子直径φ5.0mmの探触子から発信した超音波を、振動子直径φ6.4mmの探触子で受信し、接触面で反射する第1エコーを超音波探傷機で検出した。なお、探触子はアタッチメントによりSKD11試験片上面と45度傾けた状態で設置されていること、アタッチメントをSKD11銅で製作したことから、超音波は摺動面に対し45度の角度でSKD11試験片内を伝播する。なお、超音波の伝播特性を考慮し、接触媒質としてグリセリン溶液を用いた。また、SKD11試験片上面に作用する摺動方向の垂直応力の分布を測定するために、歪みゲージを10mm間隔に張り付け、摺動時に作用する応力を測定した。一方、摺動時に発生するAEを測定するために、SKD11試験片上面にAEセンサを設置し、得られた波形をプリアンプで60dB増幅した後に、トランジェントメモリに一時的に記録した。これを摩擦係数、超音波探傷機で検出した超音波波形とともにパーソナルコンピュータに入力し、解析・記録を行った。接触域中心部における摺動速度を5.4mm/sに設定し、潤滑は施さず乾燥面での接触状態とした。なお、SKD11試

験片ならびにアルミナセラミックス製プレートの初期接触面は研削加工後、ラップ加工を施し、両者の表面粗さを中心線平均粗さRaで1.8μmとした。また、集合結晶組織を有する材料中を伝播する音波の速度は、その結晶の配行方向の影響を受けることから、図6で得られた応力と音速の関係を本実験に適用するために、試験片は圧延方向と摺動方向を一致させた。本法を適用して摩擦力を評価するためには、試験片に作用する垂直荷重及び摺動に要する荷重の2方向の荷重による音速への影響を、分離して評価する必要がある。そこで、実験に際して摩擦熱による音速変化への影響を十分考慮するとともに、摺動時のみならず非摺動時の計測を行った。表1に使用したアルミナセラミックス製プレートの特性を示す。

2. 差分法の利用

摺動時の試験片には、図8に示すように摺動面に対して鉛直方向、すなわちZ方向及び水平方向、すなわちX方向の2方向の荷重が作用し、試験片内を伝播する音速の変化は両者の影響を受ける。そこで、Z方向及びX方向の荷重が作用する摺動時に得られる音速のみならず、Z方向の荷重が作用する非摺動時の音速を測定し、摺動時に測定した音速との差を考慮することにより、Z方向の応力σ_zによる影響を分離し、水平方向に作用する応力σ_xのみを評価対象とすることが可能となる。さらに、両者を速やかに測定することで、摩擦熱による音速の影響を考慮した測定が可能であ

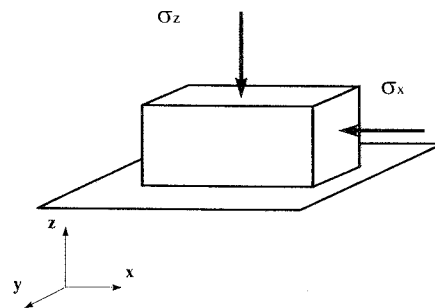


図8 摺動時の試験片に作用する応力

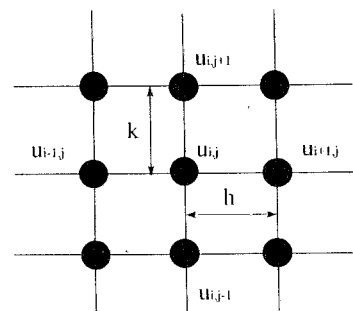


図9 中心差分における5点のスター格子

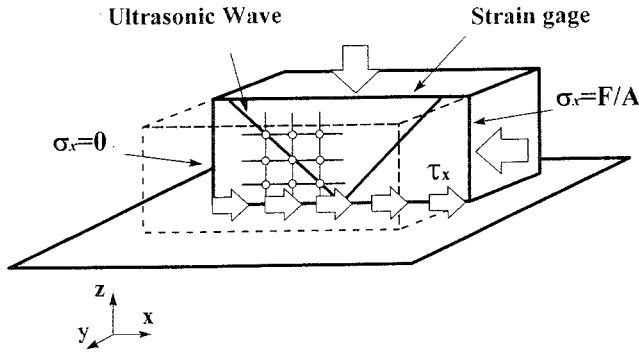


図10 差分法の適用方法

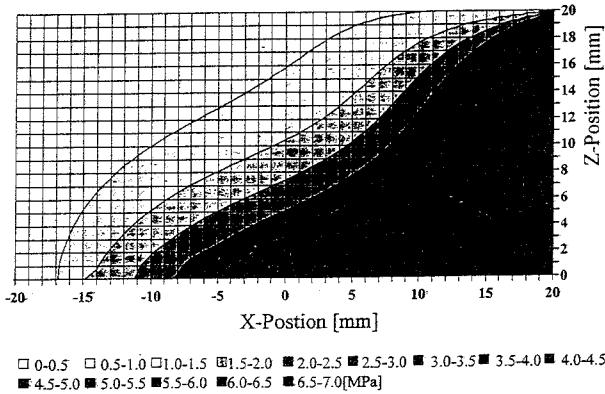


図11 摺動方向中心線上断面の σ_x の分布

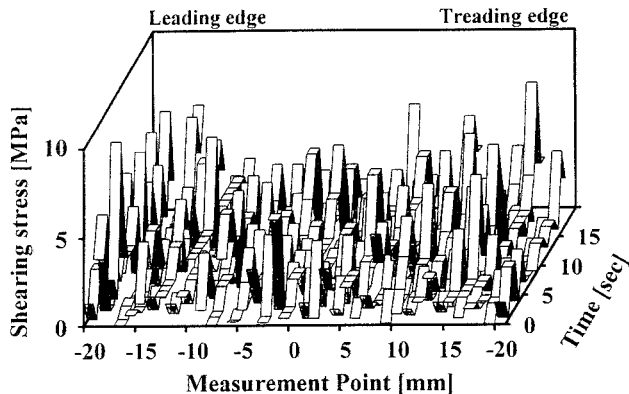


図12 摩擦力の分布 [0 sec~20sec]

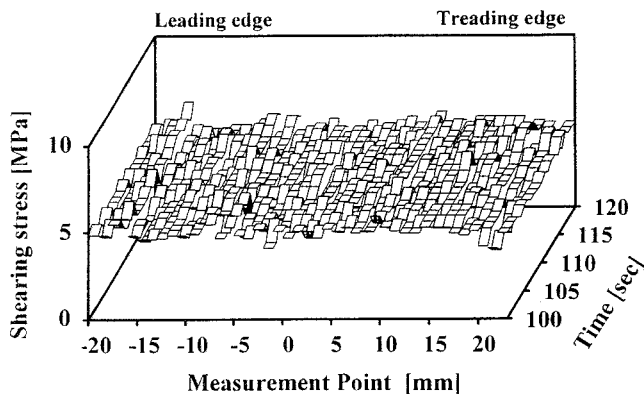


図13 摩擦力の分布 [100sec~117sec]

る。一方、測定される音速は複屈折量であり、未知の量は組織効果と応力効果による影響を受ける。一般に

は無応力状態での測定は困難であるので、一つの測定量よりこれらの2つの未知量を分離することは非常に困難であるものの、前述のように鉛直方向のみに荷重が作用する場合と摺動時の音速を測定し、両者の差を考慮することにより、組織効果を分離し、応力のみを評価することが可能である。

一方、測定される音速の変化は、超音波の伝播経路で作用する全ての応力の影響を受けることから、伝播経路に作用する応力の平均値を反映する。よって、摺動面に作用する摩擦力を求めるために、差分法を利用する。すなわち、摺動面に作用する応力 σ_x が次式のラプラスの方程式を満足するものと仮定する。

$$\nabla^2 u = \partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial z^2 = 0 \quad \dots(7)$$

ここで、図9に示す格子上的 $u=f(x,z)$ なる表示式において、次式を用いて差分法を適用した。ここで、 h 及び k は格子点の間隔を示す。

$$u_{i,j} = \frac{k^2(u_{i+1,j} + u_{i-1,j}) + h^2(u_{i,j+1} + u_{i,j-1})}{2(h^2 + k^2)} \quad \dots(8)$$

図10に示すように、測定位置は試験片の摺動方向中心線上とし、この領域における摺動方向に対し垂直方向に作用する応力 σ_y が0であると仮定した。よって、解析対象となる応力はx方向の応力 σ_x のみとなる。さらに、以下に示す境界条件を設定し、差分法を利用した。

- (1)リーディングエッジ側面の垂直応力 σ_x は0 MPa.
- (2)トレディングエッジ側面の σ_x は、摺動に要した力 $F=3.9N$ をSKD11試験片の側面積 $A=600mm^2$ で除した値、すなわち6.5MPaを適用。
- (3)試験片上面の σ_x は歪みゲージを用いた実測値を代入。
- (4)ウェブレット変換により求められる音速の変化は、超音波が伝播する経路上の全ての格子点で作用する σ_x の影響を受ける。

これにより、摺動面に作用する摺動方向垂直応力は決定される。さらに、得られた垂直応力 σ_x に次式を適用し、摺動面に作用する摩擦力を求めた。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad \dots(9)$$

なお、当然のことながら式(9)を利用することから、本解析法で得られる摩擦力は、単位面積当たりの摩擦力

すなわち、応力で与えられる。

IV 結果及び考察

図11は各測定点で得られたエコー波形を、前述の手法を利用することによって得られた試験片摺動方向中心線上断面の σ_x の分布の一例を示す。図の横軸は測定位置であり、-20はリーディングエッジ、20はトレディングエッジをそれぞれ示す。一方、縦軸はSKD11試験片の厚さ方向の位置を示しており、0は摺動面、20は試験片上面をそれぞれ示している。図より、摺動方向に作用する垂直応力 σ_x はトレディングエッジ側で大きく、リーディングエッジに近づくに従い減少する。また、摺動面に作用する応力 σ_x は、SKD11試験片上面に作用する応力 σ_x に比べ大きい。この様にして得られた摺動面上の垂直応力を基に、摺動面に作用する摩擦力を求めた結果を図12及び図13に示す。

図12は摺動時間が0から20秒、すなわち摺動距離が0から108mmまでの摺動方向中心上の摩擦力分布を経時的に示している。横軸は摺動方向中心線上の測定位置を、接触域中心からの距離を利用して示しており、-20はリーディングエッジ、20はトレディングエッジに対応する。また、縦軸は摩擦力、奥行きは測定時刻をそれぞれ示す。摩擦力は一様に分布しているわけではなく、接触域端部、すなわちリーディングエッジ及びトレディングエッジ近傍で比較的大きな摩擦力値を示すとともに、時間の経過に伴い常にその値が振動していることがわかる。これは、接触表面の凸部の摩擦や相手摺動面の凸部の相対移動にともない、真実接触部の位置が常に変化しているためと考えられる。一方、摺動時間が100秒から120秒、すなわち摺動距離が540mmから648mmまでの場合は、図13に示すように、摩擦力の振幅は小さくかつ、摺動方向中心線上ではほぼ均一に分布している。また、摩擦力の値は図12の場合に比べ増加しており、ほぼ5MPa程度の値を示している。

図14に摺動距離が54mm、270mm、540mm及び1350mmで計測したAE波形を示す。図の横軸は測定時刻、縦軸はAE出力をそれぞれ示す。また、図15にAE波形を基にして得たAE信号の波高値分布を示す。図の横軸はしきい値電圧、縦軸はリングダウンカウントレートをそれぞれ示す。試験初期においては摺動距離54mmのように比較的大きな突発型のAEが多く見受けられる。このことは、摺動初期においては見かけの接触面積に対してAEの発生源となる真実接

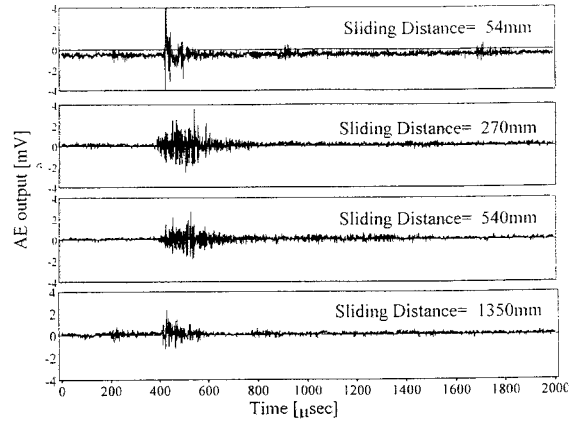


図14 摺動時に発生するAE波形

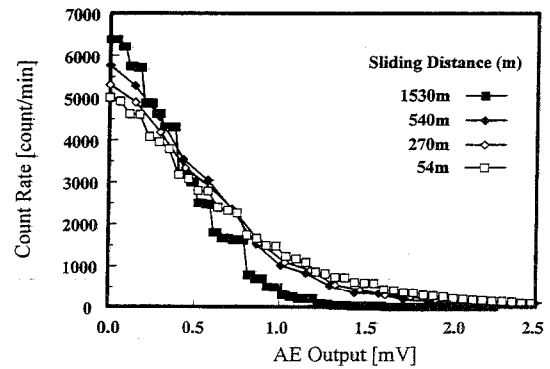


図15 AE信号の波高値分布

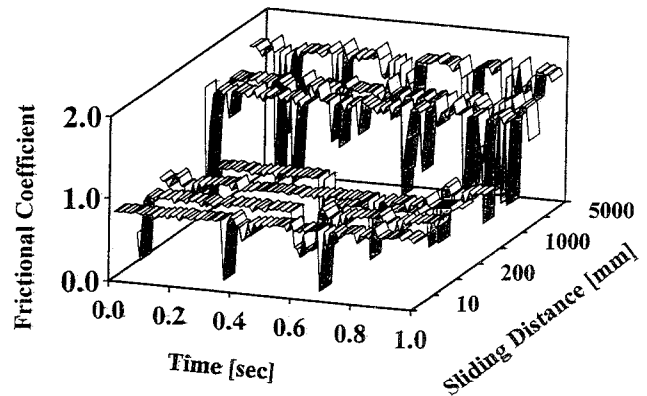


図16 摩擦係数の変化

触領域が小さいこと、また発生するAEのエネルギーならびに、摺動面の損傷の程度が大きいことを示している。一方、摺動距離が増加するに従い、振幅は減少傾向を示す。すなわち、摺動距離の増加にともない、真実接触部面積の増加とともにAEの発生源も増加すること、さらにはAEの一波形に相当する摺動面の損傷が比較的小さい規模に移行していることが推測される。

図16に各摺動距離における摩擦係数を示す。奥行きには摺動距離、縦軸には摩擦係数、横軸には時間をそ

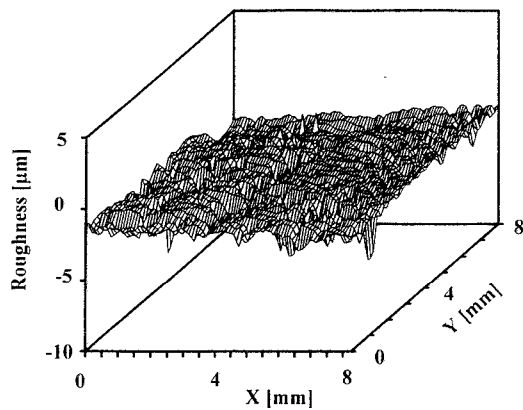


図17 摺動表面の3Dトポグラフィ（摺動距離：54mm）

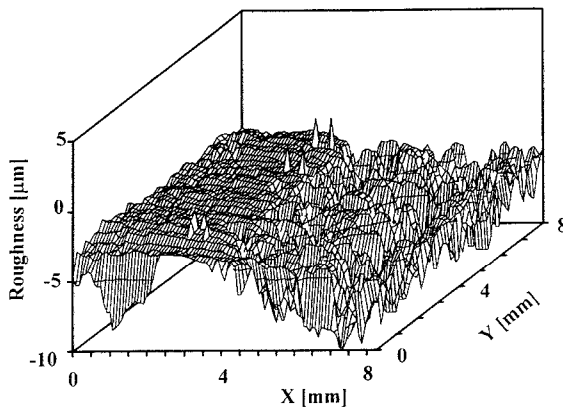


図18 摺動表面の3Dトポグラフィ（摺動距離：540mm）

それぞれ示す。摩擦係数は、各摺動距離で一定値を示すわけではなく、その値は時間の経過に伴い常に振動しているものの、その最大値は摺動距離が270mm以下の領域では摩擦係数は0.9程度、これ以上の摺動距離では摩擦係数は1.8程度の値を示す。摺動距離が270mmに至るまでは、真実接触部が非常に小さい領域に限られていたこと、さらに比較的大きな摩耗粉が「ころ」の様に作用し、摩擦係数を小さく保持したものと考えられる。一方、270mmよりも摺動距離が大きい場合、微小表面突起が摩耗し、真実接触面積が増加したこと、さらにはアルミナセラミクス製プレート摺動面の凹部にSKD11試験片の摩耗粉が移着することで、摩耗粉が埋収されやすくなったために摩擦係数が増加したものと考えられる。

図17及び図18に実験時におけるSKD11試験片摺動表面の接触域中央部の3Dトポグラフィを示す。なお、計測には表面粗さ計（ミットヨサーフテスト512）を用い、パーソナルコンピュータに計測データを入力し、2次元データを基に3次元形状を構築し

た。

図17は摺動距離54mm、図18は摺動距離540mmの時の3Dトポグラフィをそれぞれ示す。それぞれの図中のY軸方向は摺動方向を示している。54mm摺動時においては、 $X=4$ 近傍に小さな摩耗痕が認められるものの、ほとんどの接触表面の凹凸は不均一に存在している。なお、粗さは中心線平均粗さ Ra で $1.6\mu\text{m}$ である。一方、540mm摺動時においては $X>4\text{mm}$ の領域の様に摩耗痕が大きく成長するものの、その他の摺動部では $X<4\text{mm}$ の領域の様に摺動面の微小突起が摩耗することによって形成された、比較的平坦な領域が存在する。なお、摩耗痕を含めた中心線平均粗さは Ra で $4.5\mu\text{m}$ であった。接触面の3Dトポグラフィの変化からも明らかなように、SKD11試験片の摺動面は、摩耗痕を除き平坦な接触面を形成すること、さらにはSKD11試験片の表面の一部が摩耗・脱落し、アルミナセラミクスプレート上に移着したために、表面突起をほぼ覆い、滑らかな表面を形成していることから、摩擦力の分布も均一になるものと考えられる。

V 結言

本研究では、超音波法を利用した摩擦力の評価方法に関する基礎的研究の一環として、ウェブレット変換を利用し音速を求め、音弾性及び差分法を適用し、摺動面に分布する摩擦力を求める手法を提案するとともに、アルミナセラミクス製プレート上をSKD11材が摺動する場合の摺動初期の摩擦力評価に本法を適用し、なじみ過程における摩擦力の評価を行った。また、摩擦係数、摺動時のAE及び接触表面の3Dトポグラフィ等を測定し、これらと比較検討し、なじみ過程における摺動面形状と摩擦力の関係を示し、以下に示す知見を得た。

- (1)音弾性の性質を利用する摩擦力測定法に基づいて、応力の測定時に必要となる音弾性係数を求めるためにウェブレット変換を利用した結果、フーリエ解析にはない特徴が示された。すなわち、SKD11試験片に作用する引張応力が増加するに従い、5MHzと8MHzの群音速差は減少傾向を示す。この変化はフーリエ変換を利用して求めたピーク周波数の変化よりも顕著であり、測定感度の点からウェブレット変換を利用する測定法は有利であることが示された。
- (2)摺動部材内を伝播する超音波波形のウェブレット変換を利用して音速を求め、音弾性及び差分法を利用

し、摺動面に作用する摩擦力を測定することが可能である。

- (3) 摺動初期すなわち54mm摺動時に超音波法で得られた摩擦力の平均値は2.4MPaであるのに対し、540mm摺動時での平均値は5.4MPaであり、ほぼ2倍程度に増加する。この増加は摺動に要する力を基にして求めた摩擦係数の変化に対応する。
- (4) 摺動初期の摩擦力の挙動は、摺動表面の凸部の摩擦に伴い大きく変化する。一方、摺動距離540mmにおいて、摩擦力の分布は、ほぼ均一な分布形状を示す。これは、初期摺動面においては、多数の表面突起が存在し真実接触部と空隙部を形成するものの、SKD11試験片の表面突起が摩擦し、平坦な面を形成すること及び摩擦粉がアルミナセラミクスプレート上に移着し、摺動面の凹凸を覆うことによって、均一な接触状態が得られたためと考えられる。

[参考文献]

- (1) R.Bruce Thompson · S.S.Lee · J.F.Smith, Angular dependence of ultrasonic wave propagation in a stressed orthorhombic continuum : Theory and application to the measurement of stress and texture, *J.Acoust.Soc.Am.*, 80-3, (1986), P.921-931.
- (2) D.R.Allen · C.M.Sayers, The measurement of residual stress in textured steel using an ultrasonic velocity combinations technique, *Ultrasonics*, July, (1984), P.179-188.
- (3) J.J.Dike · G.C.Johnson, Residual Stress Determination Using Acoustoelasticity, *Trans.ASME.J.Appli.Mech.*, 57, (1990), P.12-17.
- (4) 前田敬一 · 松本英治 · 柴田俊忍, スペクトル解析による高分子材料の音弾性係数(アクリル樹脂の縦波音弾性係数), *機論*, 60-569, A(1994), P.244-249.
- (5) J.Blinka · W.Sachse, Application of Ultrasonic - pulse - spectroscopy Measurements to Experimental Stress Analysis, *Experimental Mechanics*, Vol.16, (1976), P.448-453.
- (6) Kenichi Okada, Stress-acoustic relations for stress measurement by ultrasonic technique, *J.Acoust.Soc.Jpn.*, E1-3, (1980), P.193-199
- (7) 萩博次 · 平尾雅彦 · 福岡秀和, 電磁超音波共鳴法による金属薄板の応力測定, *機論*, 60-569, (1994), P.250-257
- (8) R.B.King · C.M.Fortunko, Determination of in-plane residual stress states in plates using horizontally polarized shear waves *J.Appl.Phys.*, 54-6, (1983), P.3027-3035.
- (9) A.J.Allen · M.T.Hutchings · C.M.Sayers, Use of Neutron diffraction texture measurements to establish a model for calculation of ultrasonic velocities in highly oriented austenitic weld material, *J.Appl.Phys.*, 54-2, (1983), P.555-560.
- (10) Yih-Hsing Pao · Tsung-Tsong Wu · Udo Gamer, Acoustoelastic Birefringences in Plastically Deformed Solids: Part 1 - Theory, *Trans.ASME.J.Appli.Mech.*, 58, (1991), P.11-17.
- (11) Yih-Hsing Pao · Tsung-Tsong Wu · Udo Gamer, Acoustoelastic Birefringences in Plastically Deformed Solids: Part 1-Experiment, *Trans.ASME.J.Appli.Mech.*, 58, (1991), P.18-23
- (12) 尾田十八 · 西河雅宏, 接触応力場におけるき裂の応力拡大係数について, *機論*, 49-444, A(昭58), P.911-919.
- (13) 濟木弘行 · 坂田豊 · 丸茂康男 · 志宏, リング圧縮試験における潤滑条件下の摩擦せん断応力の評価(超音波測定の適用), *機論*, 60-577, A(1995), P.3171-3176.
- (14) 濟木弘行 · 坂田豊 · 里中忍 · 丸茂康男 · 志宏, 鍛造加工における超音波測定による摩擦接触状態の評価, *機論*, 59-562, C(1993), P.1934-1939
- (15) 鏡重次郎 · 畑沢鉄三 · 川口尊久 · 山田国男, なじみ過程における摩擦面形状変化の測定と観察, *潤滑*, 33-12, (1988), P.900-906.
- (16) 井上裕嗣 · 岸本喜久雄 · 中西智明 · 渋谷寿一, ウェーブレット変換による分散性応力波の時間一周波数解析(群速度の同定と超音波材料評価への応用), *機論*, 61-581, (1995), P.153-160.
- (17) A.Grossmann · J.Morlet · T.Paul, Transforms associated to square integrable group representations. I. General results, *J.Math.Phys.*, 26-10, (1985), P.2473-2479
- (18) Ingrid Daubechies, Painless nonorthogonal expansions, *J.Math.Phys.*, 27-5, (1986), P.1271-1283
- (19) 夏目実 · 尾田雅文 · 原利昭, 超音波法による摺動時のせん断応力評価, *機構論*[NO.95-10], (1995), P.543-544.