

電磁超音波探触子の送受信に関する基礎的な解析

— 横波平面波モデルでの圧電素子との比較 —

四国職業能力開発大学校 藤澤和夫

Basic Analysis of Transmission and Reception with EMAT

— Comparison with Piezoelectric Transducer by using Plane Wave Model —

kazuo FUJISAWA

要約 非接触で接触媒質を使用せずに超音波の送受信が可能な電磁超音波探触子 (EMAT) は、高温材の探傷、応力測定、集合組織あるいは粒度評価などに応用されている。本論文では、最も簡単な横波平面波モデルを使用して、EMATの超音波の送受信性能に関する解析式を導出した。また比較のため圧電素子探触子についても同様な解析式を導出した。さらに導出した近似式を使用して試験材が鋼の場合について数値計算を行い、両者を比較した。これらの結果より両者の送受信機構の物理的相違が明らかとなり、EMATの送受信感度向上を考える為の指針が得られた。さらに解析式は両者を組み合わせさせた送受信実験を行う上でも有効な指標となることが期待できる。

I はじめに

電磁超音波探触子 (EMAT) は、その非接触性を利用した高温材の探傷等の応用に関する報告が多くある。また、送受信感度が低いという欠点は有するが、それが逆に測定時に材料中の超音波の伝播を乱すことが少なく、高精度の音速測定や減衰測定を可能とする。その特質を利用した応力測定や集合組織あるいは粒度評価などに応用されている。その応用例の概説は著者の解説⁽¹⁾等がある。最近ではHirao, OgiによるEMATの基礎と応用に関する詳細な出版物⁽²⁾があり、EMATによる超音波の発生機構と受信機構についても詳細に述べられている。

本論文では、Hirao, Ogiによる解析モデル⁽²⁾を使用してEMATによる横波平面波の送受信感度の解析を行った。さらに材料に直接接触した圧電素子による横波平面波の送受信感度の解析も行った。本解析により、両者の送受信機構の物理的な意味が考察でき、EMATの送受信感度向上にも寄与しうると考えられたからである。また両者を組み合わせさせた送受信実験を行う上でも有効であると考えられたからである。

II 電磁超音波探触子と圧電素子探触子の相違

1 電磁超音波探触子 (EMAT) の送受信の原理

電磁超音波探触子 (EMAT) では、図1に示すように金属材料上に置かれたコイルとの電磁気的な結合により超音波の送受信が行われる。すなわちコイルに流した高周波電流により材料表皮下に電磁界 (電界 \vec{E} 、電流密度 \vec{j} 、磁界 \vec{H} 、磁束密度 \vec{B}) を誘起する。そこに静磁束密度 \vec{B}_0 が存在すると、アルミなどの非磁性材では表面近傍に電磁力 \vec{f} が発生し、鋼などの強磁性材ではさらに磁わい力と磁気力 (本解析では無視) が発生し、それらにより超音波が送信される。

受信は電磁力の逆作用及び磁わいの逆作用により行われる。すなわち前者は金属表面上に到達した超音波振動と静磁場による電界を発生させ、後者は磁わいの逆作用による磁束密度の変化を発生させる。それらがコイルに誘導され受信が行われる。

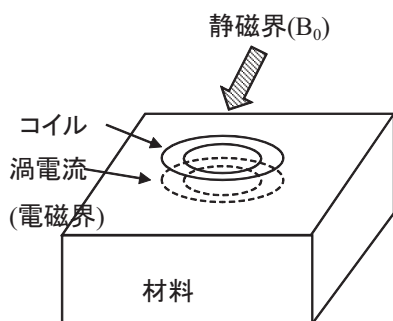


図1 電磁超音波探触子の原理

上述の送受信時において、電磁界については下式が成立する。なお金属中の電束密度 \vec{D} は非常に小さいので(1)式では無視している。

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\vec{J} = \eta \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \times \vec{B}_0 \right) \quad (3)$$

ここで η は金属試験体の導電率を表し、ベクトル \vec{u} は変位を示す。一方電磁力 \vec{f} は下式で表される。

$$\vec{f} = \vec{J} \times \vec{B}_0 \quad (4)$$

静磁場がかかった状態での磁わいとその逆作用は、後述の圧電素子と同様な下式で表されることがHirao,OGiによって与えられており、強磁性材料の磁わい効果と逆磁わい効果を示す定数である $e_{ij}^{(MS)}$ の計算方法も示されている⁽²⁾。

$$\sigma_I = c_{IJ}^H S_J - e_{ij}^{(MS)} H_j \quad (5)$$

$$B_i = e_{ij}^{(MS)} S_j + \mu_{ij}^S H_j \quad (6)$$

ここで、 σ_I と S_J はそれぞれ応力と工学的ひずみ($S_4 \sim S_6$ はテンソルひずみの2倍)を示す。 c_{IJ}^H は H が一定の時の弾性スティッフネスを示し、 μ_{ij}^S は、ひずみ S_j が一定の時の透磁率を示す。なお添え字の $i,j=x,y,z$ は座標軸成分を表し、 $I,J=1 \sim 6$ は $\sigma_{yz} = \sigma_4$ などで略記される時の添え字である。

材料内で成立する運動方程式は下式となる。

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (7)$$

ここで ρ は材料密度を示し、 f_i は(4)式で与えられる電磁力を示す。

2 圧電素子探触子の送受信原理

超音波探傷や医療用超音波検査等に最も多く使用されている探触子には、強誘電体である圧電素子(PZT等)が組み込まれている。図2に示す圧電素子探触子では、圧電素子に加えられた高周波電気信号(電界 \vec{E} 、電束密度 \vec{D})により発生した超音波振動(工学ひずみ S_i 、応力 σ_j)を材料に伝達し、戻ってきた超音波振動を圧電素子に伝達して電気信号に変え受信する。通常、圧電素子と材料との音響伝達は接触媒質を含むいくつかの材質を介して行われるが、圧電素子内部での電磁気と機械的振動の関係は以下の式で表される⁽³⁾。

$$\sigma_I = c_{IJ}^E S_J - e_{ji} E_j \quad (8)$$

$$D_i = e_{ij} S_j + \epsilon_{ij}^S E_j \quad (9)$$

ここで c_{IJ}^E は E_j が一定の弾性スティッフネスを示し、 ϵ_{ij}^S はひずみが一定の時の誘電率を示す。また e_{ji} は e 形式で示した時の材料特有の圧電効果を示す定数である。

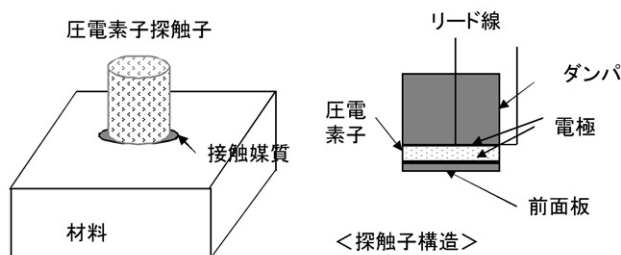


図2 圧電素子探触子の原理

III 解析モデル

解析では時間成分が $e^{j\omega t}$ で表される連続波を考える。また圧電素子の場合もEMATの場合とも端部での効果は考えずに平面波状況が実現すると仮定する。

1 EMAT

図3にEMATの解析モデルを示す。

送信時には材料上の導体のy方向に流れるNI (A/m)の電流により、材料表皮下にJy,Ey成分のみを有する電流、電界とHx,Bx成分のみを有する磁界、磁束密度が発生する。静磁界及び静磁束密度はz方向のH_{0z}、B_{0z}のみであるとする。その結果発生する体積力、変位、ひずみ、応力はf_x、u_x、S₅=∂u_x/∂z、σ₅のみが発生する。受信時にも、これらの成分のみが存在する。すなわち横波弾性波のみが伝播する。

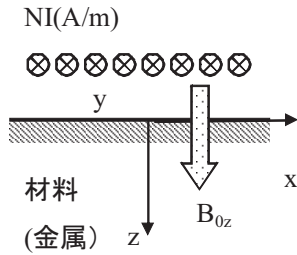


図3 EMATの解析モデル

この時成立する(1)~(7)式を整理し、座標軸方向を示す添え字を省略すると結局金属材料中で以下の3式が成立する。(e₁₅^(MS)はe₁₅と略記している。)

圧電素子とのもっとも大きな差異は材料自体に、電磁界と変位がともに存在することである。

$$\frac{dH}{dz} = \eta E - j\omega \eta B_0 u \quad (10)$$

$$\frac{dE}{dz} = -\frac{\beta^2}{\eta} H + j\omega e_{15} \frac{du}{dz} \quad (11)$$

$$\frac{d^2u}{dz^2} + k^2u = \frac{1}{c_{55}^H} (e_{15} - B_0) \frac{dH}{dz} \quad (12)$$

ここでβ、kは下式で示される。また、静磁界H_{0z}が動磁界Hより十分大きな場合には、静磁界と動磁界の合成磁界による磁わいをS_t^(MS)とすると、e₁₅^(MS)は下の(15)式で表される⁽²⁾。

$$\beta^2 = \left(\frac{1+j}{\delta} \right)^2 = j\omega \eta \mu_{xx} \quad (13)$$

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{v_s} \right)^2 = \omega^2 \frac{\rho}{c_{55}^H} \quad (14)$$

$$e_{15}^{(MS)} = \frac{3S_t^{(MS)} c_{55}^H}{H_{0z}} \quad (15)$$

なお上式でv_sは材料の横波音速を表し、δは電磁波の浸透深さを表す。

2 圧電素子

図4に圧電素子による横波平面波の解析モデルを示す。材料と圧電素子とは機械的に剛接合(たとえば接着等)の状態とし、EMATの場合と同じく送信時、受信時とも圧電素子および材料中の変位、ひずみ、応力はそれぞれu_x、S₅、σ₅のみが存在するとする。

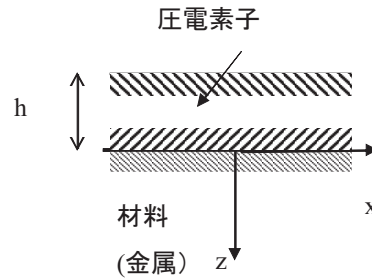


図4 圧電素子の解析モデル

電界、電束密度は、圧電素子内だけに存在し、成分としてはE_z、D_zのみが存在するとする。このモデルでは電磁超音波の解析モデルとの整合を考え、横波発生用圧電素子の分極方向がx方向となるようにしてある。通常圧電素子製品のc_{ij}^E、e_{ij}=d_{ik}c_{kj}^E、ε_{ij}^Sは分極方向をz方向にした値で書かれているため、ここでもそれら定数の添え字は分極方向をz方向にした時のもので表記した。

上記の仮定の元で圧電素子中で成立する(8)(9)式は次のようになる。

$$\sigma_5 = c_{44}^E S_5 - e_{15} E_z \quad (16)$$

$$D_z = e_{15} S_5 + \epsilon_{11}^S E_z \quad (17)$$

上式を解析に便利ないようにh形式の式に変換し、座標軸を示す添え字を省略すると下式となる。下式では、後の計算と同じく、材料中の変数には(′)をつけず、圧電素子中の変数には(′)をつける表記方法としてある。

$$\sigma' = c_{44}^D S' - \frac{e_{15}'}{\epsilon_{11}} D' \quad (18)$$

$$E' = -\frac{e_{15}'}{\epsilon_{11}} S' + \frac{1}{\epsilon_{11}} D' \quad (19)$$

$$c_{44}^D = c_{44}^E + \frac{e_{15}'^2}{\epsilon_{11}} \quad (20)$$

圧電素子中では超音波探触子の場合、電磁波の波長は圧電素子の厚さに比べ十分大きなため、D'は空間的(zに関しては)一定とみなせる。

IV 解析結果

1 EMATでの送受信の厳密解

電磁界と弾性波成分との相互作用を表す(10)~(12)式は $S=du/dz$ を考慮すると、変数E, H, u, Sに関する4式からなる1階線形連立微分方程式となる。この式から固有値、固有ベクトルを求めて、4個の未知定数を含む一般解が求まる。

図5は送信時及び受信時の電磁波及び弾性波の伝播の様子を、真空中の電磁波も含め示したものである。図中の矢印は電磁波及び弾性波の伝播方向を示しており、送信及び受信それぞれの場合の入力となる波動は矢印部分を大きく示してある。

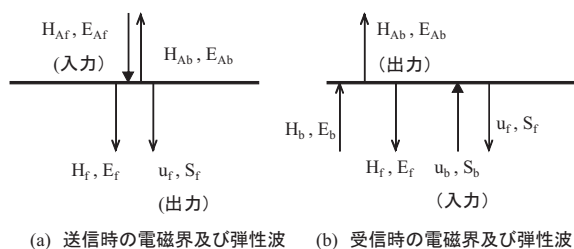


図5 EMATでの電磁波と弾性波の伝播の様子

解としては図5の記号に対応して下記の(21)~(26)の形式の解が得られる。(21)(22)式は真空中の電磁界($z < 0$)を表し、 $k_A = \omega(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$ は真空中の電磁波の波数であり、 $Z_A = (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2}$ は真空中の電磁波の特性インピーダンスである。(23)~(26)式が材料中の電磁波及び弾性波を表し、式中の $-jk', jk', -\beta', \beta'$ が固有値に対応する。 β' の項は $z = \infty$ で電磁界が有限であることよりなくなる。また(23)から(26)式の()内の部分が H_f, E_f, u_f, S_f に対応する。

$$H_A = H_{Af} + H_{Ab} = H_{1A} e^{-jk_A z} + H_{2A} e^{jk_A z} \quad (21)$$

$$E_A = E_{Af} + E_{Ab} = E_{1A} e^{-jk_A z} + E_{2A} e^{jk_A z} = -Z_A H_{1A} e^{-jk_A z} + Z_A H_{2A} e^{jk_A z} \quad (22)$$

$$H = H_f + H_b = (H_1 e^{-\beta' z} + H_3 e^{-jk' z}) + H_4 e^{jk' z} \quad (23)$$

$$E = E_f + E_b = (E_1 e^{-\beta' z} + E_3 e^{-jk' z}) + E_4 e^{jk' z} \quad (24)$$

$$u = u_f + u_b = (u_1 e^{-jk' z} + u_3 e^{-\beta' z}) + u_2 e^{jk' z} \quad (25)$$

$$S = \frac{du}{dz} = S_f + S_b = (S_1 e^{-jk' z} + S_3 e^{-\beta' z}) + S_2 e^{jk' z} \quad (26)$$

送受信いずれの場合にも、求めるべき未知定数3個となり次の境界条件から求めることができる。

(1) 電磁界の表面平行成分が連続 (このモデルではE, Hとも表面に平行であるからEとHとが連続)

(2) 弾性波については表面で応力が0 (磁わいによる力は体積力に含め、ひずみのみで発生する応力が0と考える)

しかし厳密な解析解は複雑であり、また物理的な意味も分かりにくい。そこで、厳密解は、材料定数を数値入力してMATLAB®の固有値、固有ベクトルを求める関数を利用して数値的に求めた。

2 EMATでの送信時の近似解

電磁界(E, H)と弾性波成分(u, S)との結合は非常に小さいと考える。まず(10)式と(11)式の $u, S=du/dz$ の項を無視した式を電磁界の境界条件を使用して、 $H = H_1 e^{-\beta z}$ を求めると下式が得られる。(近似式では $Z_A \gg |\beta / \eta|$ を考慮)

$$H_1 = \frac{2Z_A H_{1A}}{Z_A + \frac{\beta}{\eta}} \doteq 2H_{1A} = NI \quad (27)$$

その解を(12)式に代入して、弾性波の境界条件を使用して $u = u_1 e^{jkz}$ を求めると下式が得られる。

$$u_1 = \frac{1}{jk} \frac{\beta^2}{k^2 + \beta^2} \frac{e_{15} - B_0}{c_{55}^H} H_1 = -\frac{j}{\omega \rho v_s} \frac{\beta^2}{k^2 + \beta^2} (e_{15} - B_0) NI \quad (28)$$

$$\doteq -\frac{j}{\omega \rho v_s} (e_{15} - B_0) NI \quad (28)'$$

ここで v_s は材料の横波音速である。

なお、(28)'式では $|\beta^2| \gg |k^2|$ 、すなわち電磁界の浸透深さは弾性波の波長に比べてずっと小さい関係を使用している。

電磁力と磁わい力により発生する体積力は表面近傍に集中するため、体積力を下記の(29)式に示すように積分し、それとつりあう表面力を境界条件とした斉次方程式 ((12)式の右辺を0) を解いても(28)'式と同じ解が得られる。

$$\int_0^{\infty} (B_0 - e_{15}) \frac{dH}{dz} dz = -(B_0 - e_{15}) H_1 \quad (29)$$

3 EMATでの受信時の近似解

送信と同じく電磁界と弾性波の相互作用を無視し、(12)式で $dH/dz=0$ とおいた式において、変位 $u_2 e^{jkz}$ の超音波が戻り $u_1 e^{-jkz}$ として反射する場合、弾性波の境界条件を満足するためには $u_1 = u_2$ でなければならない。すなわち

$$u = u_2 e^{-jkz} + u_2 e^{jkz} \quad (30)$$

となる。この u を(10)(11)式に代入して、電磁界の境界条件を満足するように解くと下式が得られる。 $(Z_A \gg |\beta/\eta|)$ を考慮

$$\begin{aligned} E_{2A} &= \frac{Z_A}{Z_A + \frac{\beta}{\eta}} \frac{2j\omega(k^2 e_{15} + \beta^2 B_0)}{k^2 + \beta^2} u_2 \\ &\doteq \frac{2j\omega(k^2 e_{15} + \beta^2 B_0)}{k^2 + \beta^2} u_2 \quad (31) \end{aligned}$$

(31)式を(28)式と比較すると、送信では電磁力より磁わいの効果が大 ($e_{15} \gg B_0$ より) であるが、受信では電磁力の逆作用の効果が磁わいの逆作用の効果より大きい ($k^2 e_{15} < \beta^2 B_0$ より) ことが分かる。

4 圧電素子での送信時の解

前述したように、(') つきの変数は圧電素子中のものを表し、() なしの変数は材料中のものを表すことにすると、それぞれの材料中のひずみは、

$$S' = \frac{du'}{dz} = s_1' e^{-jk'z} + s_2' e^{jk'z} \quad (32)$$

$$S = \frac{du}{dz} = s_1 e^{-jkz} \quad (33)$$

$$\text{ただし、} \\ k'^2 = \omega^2 \frac{\rho'}{c_{44}'}$$

で表される。また圧電素子の電圧 V 、電流 I と E' 、 D' との関係は以下の関係がある。(Aは圧電素子の面積)

$$V = - \int_0^{-h} E' dz \quad (34)$$

$$D' = \frac{I}{j\omega A} \quad (35)$$

(18) (19) (32) ~ (35) を使用して、 $z=-h$ で応力が0の条件および $z=0$ で変位と応力が連続の条件で解くと次式が得られる。($\epsilon_{11}^{s'}$ は ϵ_{11}' と略記) (付録参照)

$$u_1 = \frac{I}{\omega 2Z'A} \frac{1 - \cos k'h}{\left(\frac{Z}{Z'} \cos k'h + j \sin k'h \right)} \frac{e_{15}}{\epsilon_{11}'} \quad (36)$$

$$V = \left[\frac{1}{j\omega CS} + \frac{\{ (2(\cos k'h - 1) + j \frac{Z}{Z'} \sin k'h) \left(\frac{e_{15}}{\epsilon_{11}'} \right)^2 \}}{\omega 2AZ' \left(\frac{Z}{Z'} \cos k'h + j \sin k'h \right)} \right] I \quad (37)$$

なおここで $C^s = \epsilon_{11}^{s'} A/h$ はSが一定の場合の静電容量であり、 $Z = \rho v_s$ 及び $Z' = \rho' v_s'$ は圧電素子及び材料の音響インピーダンスである。

5 圧電素子での受信時の解

超音波が z の一方から戻ってきて境界面で反射されると同時に圧電素子で受信される。この時圧電素子中のひずみは(32)式で表されるが、材料中のひずみは次式で与えられる。

$$S = s_1 e^{-jkz} + s_2 e^{jkz} \quad (38)$$

(18) (19) (32) (38) (34) (35) を使用して、送信時と同じ境界条件で解くと、次式が得られる。(付録参照)

$$V = -\frac{2u_2(\cos k'h-1)}{(\cos k'h + j\frac{Z'}{Z}\sin k'h)} \left(\frac{e_{15}}{\epsilon_{11}} \right) + \left[\frac{1}{j\omega C^S} + \frac{\{2(\cos k'h-1) + j\frac{Z'}{Z}\sin k'h\}}{\omega^2 AZ (\cos k'h + j\frac{Z'}{Z}\sin k'h)} \left(\frac{e_{15}}{\epsilon_{11}} \right)^2 \right] I \quad (39)$$

V 考察と代表的な計算結果

1 近似解の妥当性

近似解の妥当性を確認するため、最も電磁波と弾性波の結合が大きい材料の一つである鋼の場合で周波数が5MHzの場合について、表1に示す材料定数を用いて、厳密界との比較を行った。結果を表1に示す。表中の u_1/H_{1A} は真空の入射磁界 $H_{1A}=1A/m$ の時の超音波発生変位 u_1 (m)を示し、 E_{2A}/u_2 は帰ってきた超音波変位 $u_2=1m$ の時の真空での受信電界 E_{2A} (V/m)を示す。

表1 厳密解と近似解の比較

内容	変数	単位	値	
材料(鋼)定数	ρ	kg/m ³	7.8×10^3	
	v_s	m/s	3.23×10^3	
	η	S/m	1.0×10^7	
	μ_{xx}	H/m	1.26×10^{-4}	
計算条件	B_{0z}	T(Wb/m ²)	1	
	e_{15}^*	T(Wb/m ²)	96	
	f	Hz	5×10^6	
計算結果	k', k	厳密	/m	9.7220×10^3 $-1.0262 \times 10^{-2}j$
		近似	/m	9.7263×10^3
	β', β	厳密	/m	$1.4056(1+j) \times 10^5$
		近似	/m	$1.4050(1+j) \times 10^5$
	u_1/H_{1A}	厳密	m ² /A	5.6474×10^{-16} $-2.3994 \times 10^{-13}j$
		近似	m ² /A	5.7522×10^{-16} $-2.4005 \times 10^{-13}j$
	E_{2AR}/u_2	u_1/H_{1A}	V/m ²	1.4292×10^7 $+6.2863 \times 10^7j$
		E_{2A}/u_2	V/m ²	1.4303×10^7 $+6.2866 \times 10^7j$

* 文献値⁽²⁾を参照

近似解の誤差は鋼でも通常の試験周波数1~10MHzの範囲では 10^{-3} は以下であり、Al,SUS304等の非磁性材では誤差はさらに小さく無視できることを確認した。

2 代表的な計算結果

材料が鋼の場合について、(28) (31)式を用いてEMATの送受信能を計算し、(36) (37) (39)式を使用して圧電素子の送受信能を計算した。具体的には、送信では表2、3に示す材料定数と計算条件で発生する超音波の変位 u_1 を計算した。受信では単位変位(1m)の超音波に対する出力(V/u_2)とそれぞれの送信時の計算条件で出力した超音波 u_1 が減衰せずに戻ってきて受信された時の出力 V ($u_2=u_1$)とを計算した。超音波の周波数は5MHzとした。EMATの受信電圧 V の計算は、誘起電圧 E_2' に表中の計算条件に示したコイル長さ l とコイル本数(コイル幅/コイル線径)を乗じて算出した。また圧電素子の受信電圧 V は、(39)式において $I=0$ (すなわち受信部の入力抵抗 $=\infty$)として計算した。計算結果を表2及び3に示す。

表2 EMATでの計算結果例

内容	変数	単位	値
材料(鋼)定数	ρ	kg/m ³	7.8×10^3
	v_s	m/s	3.23×10^3
	η	S/m	1.0×10^7
	μ_{xx}	H/m	1.26×10^{-4}
計算条件	B_{0z}	T(Wb/m ²)	1
	e_{15}^*	T(Wb/m ²)	96
	k^2	s ² /m ²	9.46×10^7
	$ \beta^2 $	s ² /m ²	3.95×10^{10}
	コイル長さ	m	1.0×10^{-2}
	コイル幅	m	1.0×10^{-2}
	コイル線径	m	1.0×10^{-3}
	I	A	10
計算結果	NI	A/m	1.0×10^4
	u_1	m	1.2×10^{-9}
	V/u_2	V/m	6.45×10^6
	$V(u_2=u_1)$	V	7.74×10^{-3}

* 文献値⁽²⁾を参照

この結果より、本条件でEMATと圧電素子を比較すると、送信能ではほぼ同等の結果が得られるのに対し、受信能では圧電素子が1000倍程度良好であるのが分かる。これはEMATが送信時には(28)式で示されるように e_{15} (≈ 100)が大きく効いてくるのに対し、受信時には(31)

式で示されるように $k^2 e_{15} < \beta^2 B_0$ より e_{15} が殆ど効いてこないためである。

表3 圧電素子での計算結果例

内容	変数	単位	値
圧電素子定数*	ρ'	kg/m ³	7.65×10^3
	d_{15}	C/N	7.58×10^{-10}
	c_{44}^E	N/m ²	1.90×10^{10}
	$\epsilon_{11}^{\sigma'}$	C ² /Nm ²	2.01×10^{-8}
材料(鋼)定数	ρ	kg/m ³	7.8×10^3
	v_s	m/s	3.23×10^3
計算条件	$h=v_s^e/(2fr)$	m	1.95×10^{-4}
	素子面積A	m ²	1×10^{-4}
	送信電圧	V	10
計算結果	u_1	m	1.76×10^{-9}
	V/u_2	V/m	6.26×10^9
	$V(u_2=u_1)$	V	11

* 富士セラミックスC6材の値⁽⁴⁾を使用
計算には以下の関係を使用

$$C_{44}^D = c_{44}^E + e_{15}^2 / \epsilon_{11}^S$$

$$\epsilon_{11}^S = \epsilon_{11}^{\sigma'} - d_{15}^2 e_{15}$$

VI おわりに

強磁性材料の横波弾性波モデルを使用して、EMATと圧電素子の超音波送受信能の解析を行った。また近似式により両者の送受信能の比較を行った。その結果次のことがわかった。

(1) 電磁界と弾性波との結合を無視して得られるEMATの近似式は、両者の結合を考慮した厳密解とほとんど一致する。

(2) 鋼の場合、送信では電磁力より磁わいの効果が大きであるが、受信では電磁力の逆作用で発生する起電力の効果が磁わいの逆作用の効果より大きい。

(3) 鋼の場合、EMATと圧電素子を比較すると、条件によっては送信能はほぼ同等の結果が得られるが、受信能は圧電素子が1000倍程度良好である。

今後は、EMATと圧電素子両者について、モデルにできるだけ近似の実験を行い、解析結果との比較を行っていく予定である。

[参考文献]

- (1) 藤澤和夫, 鉄鋼・非鉄分野における電磁超音波法の応用, 非破壊検査, vol.51, No.2, pp68-73,2002

(2) Masahiko Hirao and Hirotsugu Ogi, EMATs for Science and Industry - Noncontacting Ultrasonic Measurements, Kluwer Academic Publishers, 2003

(3) 田中哲郎, 岡崎清一, 一ノ瀬昇, 圧電セラミック材料, 学献社, 1978

(4) 株式会社富士セラミックス, 圧電セラミックテクニカルハンドブック

[付録]

以下 (31)、(36)、(37)、(39) 式の導出について記す。

1 (31) 式の導出

(10) (11) 式に (30) 式を代入することにより、EとHが次式のように求められる。

$$E = j\omega \left\{ \frac{k^2 e_{15} + \beta^2 B_0}{k^2 + \beta^2} \right\} (e^{-jkz} + e^{jkz}) u_2 - \frac{\beta}{\eta} e^{-\beta z} H_1 \quad (a1)$$

$$H = \frac{k\omega\eta}{-(k^2 + \beta^2)} e_{15}(e_{15} - B_0)(e^{-jkz} - e^{jkz}) u_2 + e^{-\beta z} H_1 \quad (a2)$$

一方受信の際の真空中の電磁界 $E_A = E_{Ab}$, $H_A = H_{Ab}$ は(21), (22) と図5 (b) より下式で表される。

$$H_A = H_{2A} e^{k_A z} \quad (a3)$$

$$E_A = Z_A H_{2A} e^{k_A z} \quad (a4)$$

Eと E_A 及びHと H_A は $z=0$ で連続である条件から次式が得られる。さらに $E_{2A} = Z_A H_{2A}$ から (31) 式が求まる。

$$H_{2A} = \frac{2j\omega}{Z_A + \frac{\beta}{\eta}} \left\{ \frac{k^2 e_{15} + \beta^2 B_0}{k^2 + \beta^2} \right\} u_2 \quad (a5)$$

2 (36) (37) 式の導出

(34) 式に (19), (32), (35) 式を代入して次式を得る。

$$V = -\frac{e_{15}'}{jk' \epsilon_{11} S'} (e^{jk'h} - 1 - e^{-jk'h}) \begin{pmatrix} s_1' \\ s_2' \end{pmatrix} + \frac{1}{j\omega C S} I \quad (a6)$$

(18) 式に (32), (35) 式を代入して次式を得る。

$$\sigma' = c_{44}^{D'} (s_1' e^{-jk'z} + s_2' e^{jk'z}) - \frac{e_{15}'}{\epsilon_{11} S'} \frac{1}{j\omega A} I \quad (a7)$$

(32), (33) (a7) 式及び材料中の応力 $\sigma = c_{44} S$ であることを使用し、 $z = -h$ で応力が0、及び $z = 0$ で応力及び変位が連続である条件を適用すると次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} e^{jk'h} & e^{-jk'h} & 0 \\ 1 & 1 & -\frac{c_{44}}{c_{44}^{D'}} \\ 1 & -1 & -\frac{k'}{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1' \\ s_2' \\ s_1 \end{pmatrix} = \frac{e_{15}'}{c_{44}^{D'} \epsilon_{11} S'} \frac{I}{j\omega A} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (a8)$$

(a8) 式よりIの関数として s_1 を得て、 $u_1 = s_1 / j\omega$ より (36) 式を導出できる。また (a8) 式より s_1', s_2' を得て、それらを (a6) に代入することで、(37) 式を得る。

3 (39) 式の導出

(33) 式の代わり (38) 式を使用し、上記2と同様な手順で次式を得る。

$$\begin{pmatrix} e^{jk'h} & e^{-jk'h} & 0 \\ 1 & 1 & -\frac{c_{44}}{c_{44}^{D'}} \\ 1 & -1 & -\frac{k'}{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1' \\ s_2' \\ s_1 \end{pmatrix} = \frac{e_{15}'}{c_{44}^{D'} \epsilon_{11} S'} \frac{I}{j\omega A} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s_2 \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{c_{44}}{c_{44}^{D'}} \\ -\frac{k'}{k} \end{pmatrix} \quad (a9)$$

(a9) 式より得た s_1', s_2' を (a6) に代入することで、(39) 式を得る。